

Năm học: 2023 - 2024

Ngày thi: 16 / 9 / 2023

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**Bài I. (5,0 điểm)**

1) Giải phương trình  $x^2 + x + 2 = 2\sqrt{x+1}$ .

2) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $b \neq c; a+b \neq c$  và  $a^2 + b^2 = (a+b-c)^2$ . Chứng minh  $\frac{a^2 + (a-c)^2}{b^2 + (b-c)^2} = \frac{a-c}{b-c}$ .

**Bài II. (5,0 điểm)**

1) Chứng minh với mọi số tự nhiên lẻ  $n$ , số  $A = 7^{2n-1} - 7$  luôn chia hết cho 600.

2) Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $2x^2 + 4xy + 7y = 6y^2 + 3x + 8$ .

3) Cho ba số nguyên dương  $m, n, p$  thỏa mãn:  $(m+n!)(n+m!) = 5^p$ . Chứng minh rằng  $mn$  là số chính phương.

**Bài III. (3,0 điểm)**

Với các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} = 4$ , tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = a^2 + b^2 + c^2$ .

**Bài IV. (6,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn, không cân ( $AB < AC$ ), các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại trực tâm  $H$ . Gọi  $M, I$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AH$ . Đường thẳng qua  $I$  vuông góc với  $AM$ , cắt  $EF$  tại  $S$ .

1) Chứng minh  $IE$  vuông góc với  $ME$ .

2) Chứng minh  $SA$  song song với  $BC$ .

3) Gọi  $P, Q$  lần lượt là giao điểm của  $SI$  với  $BE, CF$ . Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $PQ$ .

**Bài V. (1,0 điểm)**

Cho 2023 điểm phân biệt được phủ lên bởi một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 24. Chứng minh luôn tồn tại một hình tròn có đường kính bằng 1, phủ lên ít nhất 7 điểm đã cho.

— HẾT —

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên: ..... SBD: ..... Trường THCS .....