

Câu 1 (5 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$

a) Rút gọn A.

b) Tính giá trị của A khi $x = \sqrt{17-12\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} - 2$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Câu 2 (4 điểm): Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 2x + 1$.

b) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 4$.

Câu 3 (3 điểm):

a) Giải bất phương trình: $x^2 - 9x + 14 < 0$.

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^3 + 3n^2 + 2018n$ chia hết cho 6.

Câu 4 (5 điểm): Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC.

1) Tứ giác BEDF là hình gì, vì sao?

2) Gọi CH và CK lần lượt là đường cao của tam giác ACB và tam giác ACD.

Chứng minh rằng:

a) $\Delta CHK \sim \Delta BCA$.

b) $AB \cdot AH + AD \cdot AK = AC^2$

Câu 5 (3 điểm):

a) Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H. Giả sử

$HK = \frac{AK}{3}$. Chứng minh rằng $\tan B \cdot \tan C = 3$.

b) Cho x, y là hai số dương thỏa mãn $x + y \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $P = x^2 - 2x + y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$.