

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn kiểm tra: Toán
Ngày thi: 21/09/2023
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không tính thời gian phát đề)

Bài 1. (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$.

a. Rút gọn biểu thức A .

b. Tìm x sao cho A nhận giá trị là một số nguyên.

2. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $2a^2 - 3ab + 2b^2 = 1, b^2 - 3bc + 4c^2 = 2$ và $c^2 + 3ca - a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $B = a^4 + b^4 + c^4$.

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình $4x^2 - 9 = 5x + 6\sqrt{x+1}$.

2. Tìm hai số nguyên dương x, y thỏa mãn $(x+y)^4 = 40x+1$.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Cho các số hữu tỉ x, y thỏa mãn $x^3 - 2x = y^3 - 2y$. Chứng minh rằng $x = y$.

2. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = 3a + ab + abc.$$

Bài 4. (6,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. E là điểm bất kì thuộc đoạn OB , trên tia đối của tia EC lấy điểm F sao cho $OF = OC$. Đường thẳng qua F vuông góc với FO cắt đường thẳng BD tại S . Kẻ FH vuông góc với BD ($H \in BD$).

1. Chứng minh $\triangle SFB \sim \triangle SDF$ và $SB \cdot SD = SH \cdot SO$.

2. Chứng minh rằng FE là phân giác của \widehat{BFD} . Từ đó suy ra $\frac{1}{BE^2} + \frac{1}{DE^2} = \frac{2}{EF^2}$.

3. Kẻ ET vuông góc với FD tại T . Chứng minh rằng FO, AH và ST đồng quy.

Bài 5. (1,0 điểm)

1. Xét tập $T = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chỉ ra một tập con U có 4 phần tử của T thỏa mãn với mọi $x, y \in U, x \neq y$ thì $x + y$ không chia hết cho $x - y$.

2. Cho M là tập con chứa n phần tử của $S = \{1, 2, 3, \dots, 2023\}$. Tìm n lớn nhất để mọi $x, y \in M, x \neq y$ thì $x + y$ không chia hết cho $x - y$.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: