

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2,0 điểm).

- Thực hiện phép tính: $(\sqrt{45} - \sqrt{20} + 2022\sqrt{5}) : \sqrt{5}$.
- Xác định m, n để đồ thị của hàm số $y = 2mx + n$ đi qua hai điểm A(1;2) và B(-1;4).
- Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1012}{\sqrt{x-1}} - \frac{1011}{\sqrt{x+1}}\right) : \frac{\sqrt{x+2023}}{\sqrt{x-1}}$. Với $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 2 (2,0 điểm).

- Giải phương trình $x^2 - x - 6 = 0$.
- Biết phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{456 - |x_1 - x_2|}{x_1^3 + x_2^3}$.

Câu 3 (2,0 điểm).

a. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Vòng chung kết cuộc thi “Học sinh, sinh viên với ý tưởng khởi nghiệp” lần thứ V được tổ chức tại TP Huế từ ngày 25 đến ngày 26 tháng 3 năm 2023, một lần nữa học sinh lớp 9 trường THCS thị trấn Quỳnh Hợp có dự án dự thi đạt giải cao (*giải Ba toàn quốc và giải Nhất bình chọn của khối học sinh*). Tại vòng chung kết khối sinh viên có nhiều hơn khối học sinh 20 dự án. Nếu số dự án của khối học sinh lọt vào vòng chung kết tăng thêm 5 dự án thì số dự án của khối học sinh sẽ bằng 0,7 số dự án của khối sinh viên. Hỏi số dự án của khối học sinh lọt vào vòng chung kết là bao nhiêu?

b. Nhà An có một cái bể chứa nước hình trụ có đường kính đáy (không tính thành bể) là 1,8m, chiều cao (không tính đáy bể) là 2,5m. Sau khi tháo cạn và dọn sạch bể An dùng máy bơm với lưu lượng nước 3m³/h để bơm nước từ giếng lên bể. An dự tính máy bơm trong thời gian 1,5 giờ sẽ đầy bể. Em hãy tính xem dự tính của An đúng hay sai? (với $\pi \approx 3,14$).

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) đường cao AH, đường phân giác của góc BAC cắt BC tại O. Kẻ OM, ON lần lượt vuông góc với AB, AC tại M và N.

- Chứng minh các tứ giác AMON, AMHO nội tiếp.
- Kẻ OK vuông góc với BC (K ∈ MN). Chứng minh rằng KN.AC = KM.AB.
- Goi I là trung điểm của BC. Chứng minh 3 điểm A, K, I thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x + 1)^2 + y = xy + 4 \\ 4x^2 - 24x + 35 = 5(\sqrt{3y - 11} + \sqrt{y}) \end{cases}$$

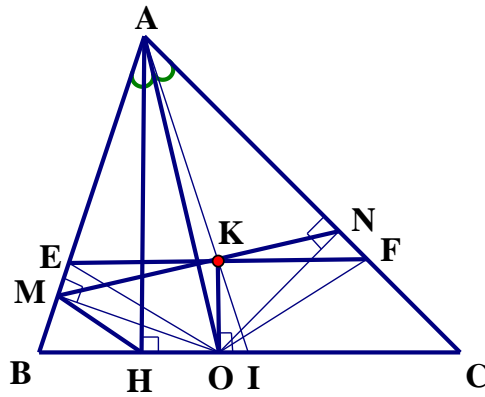
----- Hết -----

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2,0 điểm)		
<p>a. Thực hiện phép tính: $(\sqrt{45} - \sqrt{20} + 2022\sqrt{5}) : \sqrt{5}$</p> <p>b. Xác định m, n để đồ thị của hàm số $y = 2mx + n$ đi qua hai điểm A(1;2) và B(-1;4).</p> <p>c. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1012}{\sqrt{x}-1} - \frac{1011}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}+2023}{\sqrt{x}-1}$. Với $x \geq 0; x \neq 1$.</p>		
a. (1,0)	$(\sqrt{45} - \sqrt{20} + 2022\sqrt{5}) : \sqrt{5} = (3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2022\sqrt{5}) : \sqrt{5}$ $= 2023\sqrt{5} : \sqrt{5} = 2023$	0,5 0,5
b. (0,5)	<p>Đồ thị của hàm số $y = 2mx + n$ đi qua hai điểm A(1;2) và B(-1;4) nên ta có:</p> $\begin{cases} 2 = 2m + n \\ 4 = -2m + n \end{cases}$ <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-1}{2} \\ n = 3 \end{cases}$ Vậy $m = \frac{-1}{2}; n = 3$</p>	0,25 0,25
c. (0,5)	<p>Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có:</p> $P = \left(\frac{1012}{\sqrt{x}-1} - \frac{1011}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}+2023}{\sqrt{x}-1} = \frac{1012(\sqrt{x}+1) - 1011(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2023}$ $= \frac{(\sqrt{x} + 2023) \cdot (\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2023)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25 0,25
Câu 2 (2 điểm)		
<p>a) Giải phương trình $x^2 - x - 6 = 0$</p> <p>b) Biết phương trình $x^2 - 7x + 12 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{456 - x_1 - x_2 }{x_1^3 + x_2^3}$.</p>		
a. (1,0)	$x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$ <p>Vậy $S = \{-2; 3\}$</p>	0,5 0,25 0,25
b. (1,0)	<p>Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 12 \end{cases}$</p> <p>Khi đó: $A = \frac{456 - x_1 - x_2 }{x_1^3 + x_2^3} = \frac{456 - \sqrt{(x_1 - x_2)^2}}{x_1^3 + x_2^3} = \frac{456 - \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}}{(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)}$</p> $= \frac{456 - \sqrt{7^2 - 4 \cdot 12}}{7^3 - 3 \cdot 12 \cdot 7} = \frac{456 - 1}{91}$ $= \frac{455}{91} = 5$	0,25 0,25 0,25

		0,25
<p>Câu 3 (2 điểm)</p> <p>a) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.</p> <p>Vòng chung kết cuộc thi “Học sinh, sinh viên với ý tưởng khởi nghiệp” lần thứ V được tổ chức tại TP Huế từ ngày 25 đến ngày 26 tháng 3 năm 2023, một lần nữa học sinh lớp 9 trường THCS thị trấn Quỳnh Hợp có dự án dự thi đạt giải cao (<i>giải Ba toàn quốc và giải Nhất bình chọn của khối học sinh</i>). Tại vòng chung kết khối sinh viên có nhiều hơn khối học sinh 20 dự án. Nếu số dự án của khối học sinh lọt vào vòng chung kết tăng thêm 5 dự án thì số dự án của khối học sinh sẽ bằng 0,7 số dự án của khối sinh viên. Hỏi số dự án của khối học sinh lọt vào vòng chung kết là bao nhiêu?</p> <p>b) Nhà An có một cái bể chứa nước hình trụ có đường kính đáy (không tính thành bể) là 1,8m, chiều cao (không tính đáy) là 2,5m. Sau khi tháo cạn và dọn sạch bể An dùng máy bơm với lưu lượng nước 3m³/h để bơm nước từ giếng lên bể. An dự tính máy bơm trong thời gian 1,5 giờ sẽ đầy bể. Em hãy tính xem dự tính của An đúng hay sai? (Với $\pi \approx 3,14$)</p>		
a. (1,0)	<p>Gọi số dự án của khối học sinh lọt vào vòng chung kết là x (dự án), $x \in \mathbb{N}^*$</p> <p>Số dự án lọt vào vòng chung kết của khối sinh viên là $x + 20$ (dự án)</p> <p>Nếu số dự án của khối học sinh lọt vào vòng chung kết tăng thêm 5 dự án thì số dự án của khối học sinh bằng 0,7 số dự án của khối sinh viên nên ta có phương trình: $x + 5 = 0,7(x + 20) \Leftrightarrow x + 5 = \frac{7}{10}(x + 20)$</p> <p>$\Leftrightarrow 10x + 50 = 7x + 140 \Leftrightarrow 3x = 90 \Leftrightarrow x = 30$ (thỏa mãn)</p> <p>Vậy số dự án của khối học sinh tham gia dự thi lọt vào vòng chung kết là 30 dự án.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
b. (1,0)	<p>Thể tích của bể đựng nước là: $V = \pi \cdot (1,8 : 2)^2 \cdot 2,5 \approx 6,36m^3$</p> <p>Lượng nước máy bơm lên bể trong thời gian 1,5 giờ là: $1,5 \cdot 3 = 4,5m^3$</p> <p>Lượng nước máy bơm lên trong 1,5 giờ nhỏ hơn thể tích của bể chứa. Do đó An dự tính sai.</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 4 (3,0 điểm)</p> <p>Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) đường cao AH, đường phân giác của góc BAC cắt BC tại O. Kẻ OM, ON lần lượt vuông góc với AB, AC tại M và N.</p> <p>a) Chứng minh các tứ giác AMON, AMHO nội tiếp.</p> <p>b) Kẻ OK vuông góc với BC (K ∈ MN). Chứng minh rằng $KN \cdot AC = KM \cdot AB$.</p> <p>c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh 3 điểm A, K, I thẳng hàng.</p>		
a. (1,5)	Vẽ hình đúng đến câu a.	0,5



0,25
0,25
0,25
0,25

Tứ giác AMON có $\widehat{AMO} + \widehat{ANO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác AMON nội tiếp.

Tứ giác AMHO có $\widehat{AMO} = \widehat{AHO} = 90^\circ$

Suy ra tứ giác AMHO nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b. (0,75)

Tứ giác AMON nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MNO} = \widehat{MAO}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MO)

hay $\widehat{KNO} = \widehat{MAO}$ (1).

Lại có $\widehat{MAO} = \widehat{CAO}$ (GT) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{KNO} = \widehat{CAO}$

Ta lại có $\widehat{KON} = \widehat{OCA}$ (cùng phụ với \widehat{NOC})

$\Rightarrow \triangle OKN \sim \triangle COA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{KN}{OA} = \frac{ON}{CA} \Rightarrow KN \cdot CA = OA \cdot ON$ (1)

Chứng minh tương tự ta có: $\triangle OKM \sim \triangle BOA \Rightarrow \frac{KM}{OA} = \frac{OM}{AB} \Rightarrow KM \cdot AB = OA \cdot OM$ (2)

Mà $OM = ON$ (tính chất đường phân giác) nên từ (1) và (2) $\Rightarrow KN \cdot CA = KM \cdot AB$.

0,25

0,25

0,25

c. (0,75)

Dựng đường thẳng qua K song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại E và F.

Tứ giác KEMO nội tiếp ($\widehat{K} + \widehat{M} = 180^\circ$) $\Rightarrow \widehat{OMK} = \widehat{OEK}$

Tứ giác KNFO nội tiếp ($\widehat{OKF} = \widehat{ONF} = 90^\circ$) $\Rightarrow \widehat{ONK} = \widehat{OFK}$

Lại có $\widehat{OMK} = \widehat{ONK}$ (do $OM = ON$) $\Rightarrow \widehat{OEK} = \widehat{OFK} \Rightarrow \triangle OEF$ cân tại O
 $\Rightarrow KE = KF$

Do $EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{2EK}{2BI} = \frac{EK}{BI} \Rightarrow \triangle AEK \sim \triangle ABI$ (c-g-c)

$\Rightarrow \widehat{EAK} = \widehat{BAI} \Rightarrow A, K, I$ thẳng hàng.

0,25

0,25

0,25

Câu 5 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+1)^2 + y = xy + 4 \\ 4x^2 - 24x + 35 = 5(\sqrt{3y-11} + \sqrt{y}) \end{cases}$$

Câu 5
(1,0)

$$\begin{cases} (x+1)^2 + y = xy + 4 & (1) \\ 4x^2 - 24x + 35 = 5(\sqrt{3y-11} + \sqrt{y}) & (2) \end{cases}$$

$$\text{ĐKXĐ: } y \geq \frac{11}{3}$$

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow (x+1)^2 + y - xy - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + y - xy - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) - y(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3-y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+3-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=x+3 \end{cases}$$

+) Thay $x=1$ vào phương trình (2) ta được:

$$4 \cdot 1^2 - 24 \cdot 1 + 35 = 5(\sqrt{3y-11} + \sqrt{y})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3y-11} + \sqrt{y} = 3 \Leftrightarrow (\sqrt{3y-11} + \sqrt{y})^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3y^2-11y} = 10-2y \Leftrightarrow \begin{cases} 10-2y \geq 0 \\ 3y^2-11y = (10-2y)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=25 \text{ (không t/m)} \\ y=4 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

+) Thay $y = x + 3$ ($x \geq \frac{2}{3}$) vào phương trình (2) ta được $4x^2 - 24x + 35 =$

$$5(\sqrt{3(x+3)-11} + \sqrt{x+3})$$

$$4x^2 - 24x + 35 = 5\sqrt{3x-2} + 5\sqrt{x+3} \Leftrightarrow 4x^2 - 24x + 35 - 5\sqrt{3x-2} - 5\sqrt{x+3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 28x + 24 + (3x + 2 - 5\sqrt{3x-2}) + (x + 9 - 5\sqrt{x+3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(x-1)(x-6) + \frac{9(x-1)(x-6)}{3x+2+5\sqrt{3x-2}} + \frac{(x-1)(x-6)}{x+9+5\sqrt{x+3}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-6) \left(4 + \frac{9}{3x+2+5\sqrt{3x-2}} + \frac{1}{x+9+5\sqrt{x+3}} \right) = 0$$

$$\text{Vì } 4 + \frac{9}{3x+2+5\sqrt{3x-2}} + \frac{1}{x+9+5\sqrt{x+3}} > 0 \text{ với mọi } x \geq \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=6 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy nghiệm $(x; y)$ của hệ là: $(1; 4), (6; 9)$

0,25

0,25

0,25

0,25

Lưu ý : Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa