

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm)**

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

**Câu 1.** Điều kiện để biểu thức  $\sqrt{\frac{2022}{2023-x}}$  có nghĩa khi và chỉ khi

- A.  $x \geq 2023$ .      B.  $x < 2023$ .      C.  $x \neq 2023$ .      D.  $x \leq 2023$ .

**Câu 2.** Biểu thức  $\sqrt{2023} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{2023})^3}$  có giá trị là

- A.  $2\sqrt{2023} - 1$ .      B.  $-1$ .      C.  $1$ .      D.  $\sqrt{2023} - 1$ .

**Câu 3.** Quang và Minh cùng làm một công việc trong 7 giờ 20 phút thì xong. Nếu Quang làm trong 5 giờ và Minh làm trong 6 giờ thì cả hai làm được  $\frac{3}{4}$  khối lượng công việc. Thời gian Quang làm một mình xong công việc là

- A.  $\frac{44}{3}$  giờ.      B.  $\frac{88}{3}$  giờ.      C.  $\frac{3}{44}$  giờ.      D.  $\frac{44}{69}$  giờ.

**Câu 4.** Tất cả các giá trị của m để phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$  (m là tham số) có nghiệm là

- A.  $m < \frac{1}{2}$ .      B.  $m > \frac{1}{2}$ .      C.  $m \geq \frac{1}{2}$ .      D.  $m \leq \frac{1}{2}$ .

**Câu 5.** Giá trị của tham số m để hai đường thẳng  $y = 3x + m - 3$  và  $y = (m^2 - 1)x - 1$  trùng nhau là

- A.  $m = 2; m = -2$ .      B.  $m = -2$ .      C.  $m \in R$ .      D.  $m = 2$ .

**Câu 6.** Cho hai đường tròn  $(O; R)$  và  $(O'; R')$  có  $R = 7cm; R' = 2cm; OO' = 3cm$  khi đó vị trí tương đối của hai đường tròn đã cho là

- A. tiếp xúc trong.      B. đụng nhau.      C. cắt nhau.      D. ở ngoài nhau.

**Câu 7.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A,  $AB = 5cm, \widehat{ACB} = 30^\circ$ , đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$  có độ dài là

- A.  $50\pi cm$ .      B.  $5\pi cm$ .      C.  $10\pi cm$ .      D.  $\frac{20\sqrt{3}\pi}{3} cm$ .

**Câu 8.** Một hình trụ có thể tích  $V = 27\pi cm^3$  và có chiều cao là  $3cm$  thì bán kính đáy của hình trụ là

- A.  $3cm$ .      B.  $3\pi cm$ .      C.  $9\pi cm$ .      D.  $9cm$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm)**

**Bài 1 (1,5 điểm):**

1) Chứng minh đẳng thức  $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8 - 3\sqrt{7}} = 3$

2) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{3x - 3\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{6x}{x - 4} \right) : \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4\sqrt{x} + 4}$  với  $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

**Bài 2 (1,5 điểm):** Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2(m+1)x - m^2 - 4$  (m là tham số)

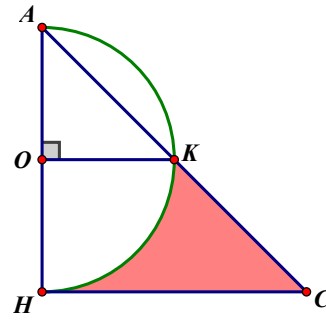
a) Tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi  $m = 2$

b) Xác định tất cả các giá trị của m để đồ thị hai hàm số của (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  thỏa mãn điều kiện  $y_1 + y_2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$

**Bài 3 (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases}$$

**Bài 4 (3,0 điểm):**

1) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AH, đường thẳng vuông góc với AH tại O cắt nửa đường tròn (O) tại K, từ H kẻ đường thẳng song song với OK cắt AK tại C. Biết AH = 12cm (Hình 1). Tính diện tích phần hình nằm ngoài nửa hình tròn (O) (Phần tô đậm). (lấy  $\pi \approx 3,14$  và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Hình 1

2) Cho nửa đường tròn tâm (O; R), đường kính AB; C là điểm nằm trên cung AB sao cho  $OC \perp AB$ . Điểm M thuộc cung AC sao cho M khác A và khác C. Kẻ tiếp tuyến d của đường tròn (O; R) tại tiếp điểm M. Gọi H là giao điểm của BM và OC. Từ H kẻ một đường thẳng song song với AB, đường thẳng đó cắt đường thẳng d tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác OHME là tứ giác nội tiếp và  $OE \parallel BH$ .

b) Kẻ  $MK \perp OC$  tại K ( $K \in OC$ ), đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OBC$  cắt BM tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle OMK$ .

**Bài 5 (1,0 điểm)**

1) Giải phương trình:  $\sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$

2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + z \leq \frac{3}{4}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{x^2 + \frac{1}{y^2}} + \sqrt{y^2 + \frac{1}{z^2}} + \sqrt{z^2 + \frac{1}{x^2}}.$$

----- HẾT -----

**I. Phần trắc nghiệm (2 điểm)**

Mỗi câu lựa chọn đúng đáp án được 0,25 điểm

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
Đáp án	B	C	A	D	D	B	C	A

**II. Phần tự luận (8 điểm)**

**Câu 1. (1,5 điểm)**

1) Chứng minh đẳng thức  $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8-3\sqrt{7}} = 3$

2) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{3x-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{6x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{x-4\sqrt{x}+4}$  với  $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

<b>Bài 1</b> <b>(1,5đ)</b>	1) (0,5đ)	Ta có: $VT = \sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{16-2 \cdot 3\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} - \sqrt{7} + \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ $= \sqrt{7} +  3-\sqrt{7}  = \sqrt{7} + 3 - \sqrt{7} = 3 = VP$	0,25
		Vậy $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8-3\sqrt{7}} = 3$	0,25
		Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ ta có: $A = \left( \frac{3x-3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{6x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{x-4\sqrt{x}+4}$ $= \left( \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{6x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)^2}$	0,25
	2) (1,0đ)	$= \left( \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{6x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \left( \frac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{6x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{-3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{-3\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	0,25

	$= \frac{-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{1}$ $= -3\sqrt{x}$ <p>Vậy với <math>x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4</math> thì <math>A = -3\sqrt{x}</math></p>	0,25
--	--	------

**Bài 2.** (1,5 điểm) Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2(m+1)x - m^2 - 4$

a) Tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi  $m = 2$

b) Xác định tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hai hàm số của (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  thỏa mãn điều kiện  $y_1 + y_2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$

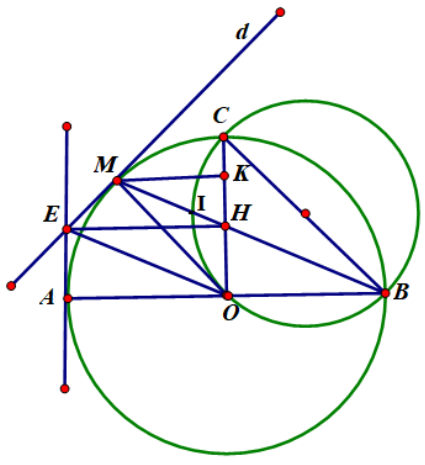
	<p>Khi <math>m = 2</math> ta có (d): <math>y = 6x - 8</math>          Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d): <math>y = 6x - 8</math> và Parabol (P) :  <math>y = x^2</math> là nghiệm của phương trình <math>x^2 = 6x - 8</math>  <math>\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0</math></p>	0,25
a) (0,5đ)	<p>Ta có:  <math>\Delta' = (-3)^2 - 1 \cdot 8</math>  <math>= 9 - 8 = 1 &gt; 0</math></p> <p>nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt là  <math>x_1 = \frac{3+1}{1} = 4; x_2 = \frac{3-1}{1} = 2</math></p> <p>KL,...</p>	0,25
Bài 2. (1,5đ)	<p>Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d): <math>y = 2(m+1)x - m^2 - 4</math> và Parabol (P): <math>y = x^2</math> là nghiệm của phương trình:  <math>x^2 = 2(m+1)x - m^2 - 4</math>  <math>\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0 \quad (1)</math></p> <p>Ta có  <math>\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 4)</math>  <math>= m^2 + 2m + 1 - m^2 - 4</math>  <math>= 2m - 3</math></p>	0,25
	<p>(P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  <math>\Leftrightarrow</math> phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  <math>\Leftrightarrow \Delta' &gt; 0 \Leftrightarrow 2m - 3 &gt; 0 \Leftrightarrow m &gt; 1,5</math></p> <p>Khi đó theo định lý Vi-et, ta có <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 &amp; (2) \\ x_1x_2 = m^2 + 4 &amp; (3) \end{cases}</math></p>	0,25
	<p>Ta có <math>y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2</math>          Khi đó có: <math>y_1 + y_2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16</math></p>	0,25

	$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 \leq 3m^2 - x_1x_2 + 16$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 3m^2 + x_1x_2 - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 - 3m^2 - 16 \leq 0$	
	<p>Do đó có:</p> $\Leftrightarrow (2m+2)^2 - (m^2+4) - 3m^2 - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - m^2 - 4 - 3m^2 - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow 8m - 16 \leq 0$ $\Leftrightarrow m \leq 2$ <p>Kết hợp được <math>1,5 &lt; m \leq 2</math></p> <p>KL,...</p>	0,25

<b>Bài 3</b> (1,0 đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases}$ ĐKXD: $x \neq -1; y > 0$	
	Ta có $\begin{cases} \frac{x+3}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1+2}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 6 \\ \frac{4}{x+1} + \frac{3\sqrt{y}-1}{\sqrt{y}} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 5 \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x+1} + \frac{6}{\sqrt{y}} = 10 \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{y}} = 14 \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y}} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4} \\ x = -3 \end{cases}$	0,25
	Thử ĐKXD và KL nghiệm của hệ phương trình (x; y) là $(-3; \frac{1}{4})$ .	0,25

<b>Bài 4</b> (3,0 đ)	1) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AH, đường thẳng vuông góc với AH tại O cắt nửa đường tròn (O) tại K, từ H kẻ đường thẳng song song với OK cắt AK tại C. Biết AH = 12cm (Hình 1). Tính diện tích phần nằm ngoài hình tròn (O) (Phần tô đậm). (lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).		
	1 (1đ)	Tính được OH = OK = 6cm	
		Diện tích hình quạt tròn OHK là: $S_1 = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 90}{360} = 9\pi (cm^2)$	0,25
		Tính được HC = 12cm và khẳng định được tứ giác OKCH là hình thang vuông	0,25
		Diện tích hình thang OKCH là: $S_2 = \frac{1}{2}(OK + HC) \cdot OH = 54 (cm^2)$	0,25
	Diện tích phần tô đậm là: $S = S_2 - S_1 = 54 - 9\pi \approx 25,7 (cm^2)$	0,25	
	2) Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R với đường kính AB. C là điểm		

2  
(2đ) nằm trên cung AB sao cho  $OC \perp AB$ . Điểm M thuộc cung AC sao cho M khác A và khác C. Kẻ tiếp tuyến (d) của đường tròn (O; R) tại tiếp điểm M. Gọi H là giao điểm của BM và OC. Từ H kẻ một đường thẳng song song với AB, đường thẳng đó cắt đường thẳng d tại E.  
 a) Chứng minh: tứ giác OHME là tứ giác nội tiếp và  $OE \parallel BH$ .  
 b) Kẻ  $MK \perp OC$  tại K ( $K \in OC$ ), đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OBC$  cắt BM tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle OMK$ .



a)+ Chứng minh được $\widehat{EMO} = 90^\circ$	0,5
Chứng minh được $\widehat{EHO} = 90^\circ$	0,25
$\widehat{EMO} = \widehat{EHO} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác OHME nội tiếp một đường tròn đường kính OE.	0,25
+) Chứng minh góc $\angle OBM = \angle OMB = \angle OEH = \angle EOA$ từ đó suy ra $EO \parallel BH$	0,5
b) Chứng minh được $\widehat{KMB} = \widehat{OMB} (= \widehat{OBM}) \Rightarrow MB$ là phân giác trong của $\triangle OMK$	0,25
Chứng minh $\widehat{IOC} = \widehat{IBC}$ và $\widehat{MOC} = 2\widehat{IBC}$ từ đó suy ra $\widehat{MOI} = \widehat{IOC} \Rightarrow OI$ là phân giác trong của $\triangle OMK$ và kết luận	0,25

<b>Bài 5</b> <b>(1,0đ)</b>	1) (0,5đ)	Giải phương trình: $\sqrt{5x^2 + 4x} = \sqrt{x^2 - 3x - 18} + 5\sqrt{x}$ Điều kiện: $x \geq 6$ Bình phương hai vế được phương trình: $2x^2 - 9x + 9 - 5\sqrt{x(x^2 - 3x - 18)} = 0$ $\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x) + 3(x + 3) - 5\sqrt{(x^2 - 6x)(x + 3)} = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 - 6x}{x + 3}\right) - 5\sqrt{\left(\frac{x^2 - 6x}{x + 3}\right)} + 3 = 0$	0,25
		Đặt $t = \sqrt{\left(\frac{x^2 - 6x}{x + 3}\right)} \geq 0 \Rightarrow 2t^2 - 5t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{3}{2} \end{cases}$	0,25

Trường hợp 1:  $t=1 \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{x^2-6x}{x+3}\right)}=1 \Leftrightarrow x^2-7x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7+\sqrt{61}}{2} \\ x=\frac{7-\sqrt{61}}{2} \end{cases}$

Suy ra  $x=\frac{7+\sqrt{61}}{2}$  thỏa mãn điều kiện.

Trường hợp 2:  $t=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{x^2-6x}{x+3}\right)}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow 4x^2-33x-27=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=-\frac{3}{4} \Rightarrow x=9 \end{cases}$

Kết luận.....

Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x+y+z \leq \frac{3}{4}$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức:  $P = \sqrt{x^2 + \frac{1}{y^2}} + \sqrt{y^2 + \frac{1}{z^2}} + \sqrt{z^2 + \frac{1}{x^2}}$

$$P = \sqrt{x^2 + \frac{1}{y^2}} + \sqrt{y^2 + \frac{1}{z^2}} + \sqrt{z^2 + \frac{1}{x^2}}$$

Áp dụng:  $(1^2 + 16^2)(x^2 + \frac{1}{y^2}) \geq (1.x + 16.\frac{1}{y})^2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{y^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(x + \frac{16}{y})$

Tương tự  $\sqrt{y^2 + \frac{1}{z^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(y + \frac{16}{z}); \sqrt{z^2 + \frac{1}{x^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(z + \frac{16}{x})$

2)  
(0,5đ)

Do đó:

$$P \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(x + y + z + \frac{16}{x} + \frac{16}{y} + \frac{16}{z}) \geq \frac{1}{\sqrt{257}}(x + y + z + \frac{144}{x + y + z})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{257}} \left[ (x + y + z + \frac{9}{16(x + y + z)}) + \frac{2295}{16(a + b + c)} \right]$$

Ta có  $x + y + z + \frac{9}{16(x + y + z)} \geq \frac{3}{2}; \frac{2295}{16(x + y + z)} \geq \frac{765}{4}$

$$\Rightarrow P \geq \frac{3\sqrt{257}}{4}$$

Dấu “=” xảy ra khi  $x = y = z = \frac{1}{4}$

Trả lời:.....

0,25

0,25