

Bài 1 (2,0 điểm).

Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$  và  $B = \left( \frac{7\sqrt{x}+3}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ , với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

- 1) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 25$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $B$ .
- 3) Tìm các số thực  $x$  sao cho  $A \cdot B \geq 2$ .

Bài 2 (2,0 điểm).

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai người thợ cùng làm chung thì theo dự định 6 ngày sẽ xong một sản phẩm. Khi bắt đầu họ làm chung được 8 ngày thì người thứ nhất bị bệnh phải nghỉ, người thứ hai làm một mình trong 10 ngày nữa thì họ làm được 2 sản phẩm như thế. Hỏi nếu làm một mình cả công việc thì mỗi người mất bao nhiêu ngày để làm được hai sản phẩm như vậy?

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,5m và bán kính đáy là 0,6m. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của thành bồn nước, lấy  $\pi \approx 3,14$  và kết quả phép tính lấy chính xác đến 1 chữ số sau dấu phẩy).

Bài 3 (2,5 điểm).

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}} + 5y = 7 \\ \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 3y = -2 \end{cases}$$

2) Cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2mx + 1 + 2m$ , với  $m$  là tham số.

- a) Tìm các giá trị của  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại 2 điểm phân biệt  $A$  và  $B$ .
- b) Khi  $(d)$  cắt  $(P)$  tại 2 điểm phân biệt  $A$  và  $B$  với hoành độ tương ứng là  $x_A, x_B$ , tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho  $x_A^2 + 2mx_B = 3$ .

Bài 4 (3,0 điểm). Cho tam giác  $ABC$ ,  $AB < AC$ , nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $B$  và  $C$  cắt nhau ở  $T$ . Hạ  $AD$  vuông góc với  $BC$  tại  $D$ , hạ  $CE$  vuông góc với  $AT$  tại  $E$ . Đường thẳng  $AT$  cắt  $(O)$  tại  $F$  ( $F$  khác  $A$ ) và đường thẳng  $DE$  cắt đường thẳng  $FC$  tại  $K$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $AF$ .

- 1) Chứng minh  $OBTC$  là một tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $DE$  song song với  $BF$ .
- 3) Chứng minh  $\widehat{AHC} = \widehat{BFC}$  và đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ACK$  đi qua trung điểm của  $EF$ .

Bài 5 (0,5 điểm). Tìm các số thực dương  $x$  và  $y$  sao cho

$$xy + 88 = 20\sqrt{(x+3)(y+1)} - 2x - 4y.$$

----- HẾT -----