



TRƯỜNG THCS & THPT
LƯƠNG THẾ VINH

ĐỀ THI CUỐI HỌC KÌ II

Năm học 2022 - 2023

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm): Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$)

- 1) Tính giá trị của biểu thức Q tại $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức P.
- 3) Cho biểu thức $M = P \cdot Q$. Tìm x để biểu thức M có giá trị lớn nhất.

Bài 2 (1,5 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai đội công nhân làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 20 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó.

Bài 3 (2,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} + 2\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{4}{x+3} - \sqrt{y-2} = 2 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình (1) khi $m = -3$.
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:

$$(1 + x_1)(2 - x_2) + (1 + x_2)(2 - x_1) = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 2$$

Bài 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. Lấy điểm K thuộc cung nhỏ AC. Kẻ KH vuông góc AB ($H \in AB$). Nối AC cắt HK tại I, tia BC cắt đường thẳng HK tại E. Nối AE cắt đường tròn (O; R) tại F.

- a) Chứng minh: Tứ giác BHFE là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh: $EC \cdot EB = EF \cdot EA$.
- c) Cho H là trung điểm của OA. Chứng minh: $S_{\Delta EAB} = 5 \cdot S_{\Delta ECF}$.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho m, n, p là các số thực tùy ý thỏa mãn $m^2 + n^2 + p^2 \leq 14$.

Chứng minh rằng: $m + 2n - 3p \leq 14$.