

Môn thi: **Toán**

Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian giao đề

**Câu 1: (2,5 điểm).**

a. Tính  $A = \sqrt{25} - \sqrt{64} + 5\sqrt{9}$

b. Cho đường thẳng (d):  $y = ax + b$ . Tìm a, b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'):  $y = 2x + 3$  và đi qua điểm  $A(1; -1)$ .

c. Rút gọn biểu thức:  $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{a-1}$  với  $a > 0, a \neq 1$ .

**Câu 2: (2,0 điểm).**

a. Giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1$

b. Cho phương trình:  $x^2 - 5x - 6 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức sau:  $A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$

**Câu 3. (1,5 điểm).**

Tháng 2 năm 2023 hai tổ công nhân của một nhà máy trên địa bàn huyện Quỳnh Hợp đã làm được 800 sản phẩm. Sang tháng 3 nhà máy phát động phong trào thi đua lao động chào mừng 60 năm ngày thành lập huyện Quỳnh Hợp (19/04/1963 – 19/04/2023) nên tổ I đã làm vượt mức 15% và tổ II đã làm vượt mức 20% so với tháng 2, do đó trong tháng 3 cả hai tổ làm được nhiều hơn 145 sản phẩm so với tháng 2. Hỏi trong tháng 2 mỗi tổ công nhân đã làm được được bao nhiêu sản phẩm?

**Câu 4. (3,0 điểm).**

Cho đường tròn (O;R). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (A,B là các tiếp điểm) và cát tuyến MNP (Tia MN nằm trong góc AMO,  $MN < MP$ ). Qua O kẻ đường thẳng vuông với MO cắt tia MA, tia MB lần lượt tại E và F.

a. Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp.

b. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ O đến NP. Chứng minh rằng  $MH^2 - HP^2 = MA.MB$ .

c. Tìm vị trí của M để diện tích tam giác MEF đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5. ( 1,0 điểm).** Giải phương trình  $\sqrt{2023 - \sqrt{x}} = 2023 - x$

-----Hết-----

Môn thi: Toán

**Câu 1. (2,5 điểm)**

a) $A = \sqrt{25} - \sqrt{64} + 5\sqrt{9} = 5 - 8 + 5.3 = 12$ (Nếu sai kết quả thì mỗi khai căn đúng được 0,25)	1,0
b) Để đường thẳng (d): $y = ax + b$ song song với đường thẳng (d'): $y = 2x + 3$ thì $a = 2$ ; $b \neq 3$ . Để đường thẳng (d): $y = 2x + b$ đi qua điểm $A(1; -1)$ thì $2.1 + b = -1 \Rightarrow b = -3$	0,25
$b = -3$ thỏa mãn điều kiện $b \neq 3$ . Vậy $a = 2$ ; $b = -3$ .	0,25
c) Với $a > 0$ và $a \neq 1$ , ta có: $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}$ $= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{\sqrt{a}+1} \right) \cdot (\sqrt{a}+1)$ $= \sqrt{a} - 1$	0,25
	0,25
	0,25

**Câu 2. (2,0 điểm)**

a) Giải đúng phương trình $3x^2 - 4x + 1$ tìm được 2 nghiệm $x_1 = 1$ ; $x_2 = \frac{1}{3}$ (Đúng 1 nghiệm cho 0,5)	1,0
b) PT: $x^2 - 5x + 6 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{cases}$	0,25
Khi đó: $A = \frac{x_1}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1} = \frac{x_1(x_1 - 1) + x_2(x_2 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$	0,25
$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2)}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$ Vậy: $A = \frac{5^2 - 2.6 - 5}{6 - 5 + 1} = \frac{8}{2} = 4$	0,25
	0,25

**Câu 3. (1,5 điểm)**

Gọi số sản phẩm tổ I và tổ II làm được trong tháng 2 lần lượt là x và y (sản phẩm), điều kiện $x, y \in \mathbb{N}^*$ . (HS đặt ĐK $x, y > 0$ cũng cho điểm)	0,25
Theo bài ra ta có phương trình $x + y = 800$ (1)	0,25
Tháng 3 số sản phẩm tổ I và tổ II làm vượt mức so với tháng 2 lần lượt là:	

$\frac{15}{100}x = \frac{3}{20}x$ (sản phẩm) và $\frac{20}{100}y = \frac{1}{5}y$ (sản phẩm).	0,25
Theo bài ra ta có phương trình $\frac{3}{20}x + \frac{1}{5}y = 145 \Leftrightarrow 3x + 4y = 2900$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 800 \\ 3x + 4y = 2900 \end{cases}$	0,25
Giải đúng hệ tìm được $x = 300$ ; $y = 500$ (Thỏa mãn) Vậy tháng 2 tổ I làm được 300 sản phẩm và tổ II làm được 500 sản phẩm.	0,25

**Câu 4. (3,0 điểm)**

<p>Vẽ hình đúng đến câu a (0,25), đến câu b (0,5)</p>	0,5
<p>a). MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên <math>\angle MAO = 90^\circ</math>; <math>\angle MBO = 90^\circ</math>  Tứ giác MAOB có <math>\angle MAO + \angle MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math>  <math>\Rightarrow</math> tứ giác MAOB nội tiếp.</p>	0,5 0,25 0,25
<p>b) Xét <math>\triangle MAN</math> và <math>\triangle MPA</math> có M chung, <math>\angle MAN = \angle MPA</math> (<math>= \frac{1}{2} \text{sdAN}</math>)  Suy ra <math>\triangle MAN \sim \triangle MPA</math> (g-g)  <math>\Rightarrow MA^2 = MN \cdot MP = (MH - HN)(MH + HN) = MH^2 - HN^2</math>  Vì <math>OH \perp NP</math> nên <math>HN = HP</math>; MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) nên <math>MA = MB</math>  <math>\Rightarrow MH^2 - HP^2 = MA \cdot MB</math></p>	0,25 0,25 0,25 0,25
<p>c) <math>S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2} MO \cdot EF = MO \cdot OE = OA \cdot ME</math>  Ta có <math>ME = MA + AE \geq 2\sqrt{MA \cdot AE} = 2\sqrt{OA^2} = 2OA \Rightarrow S_{\triangle MEF} \geq 2OA^2</math>  <math>\text{Min} S_{\triangle MEF} = 2OA^2</math> khi <math>MA = ME</math>. Khi đó <math>\triangle MOE</math> vuông cân tại O <math>\Rightarrow \angle MOE = 45^\circ</math>  <math>\Rightarrow MO = OA : \sin 45^\circ = OA \cdot \sqrt{2} = R\sqrt{2}</math>  Vậy vị trí điểm M sao cho <math>MO = R\sqrt{2}</math> thì diện tích tam giác MEF đạt giá trị nhỏ nhất.</p>	0,25 0,25 0,25

**Câu 5: (1 điểm)**

$\sqrt{2023 - \sqrt{x}} = 2023 - x \Leftrightarrow x + \sqrt{2023 - \sqrt{x}} = 2023$	
ĐKXĐ $\sqrt{x} \leq 2023$ Đặt $\sqrt{x} = a$ ( $a \geq 0$ ). PT đã cho trở thành $a^2 + \sqrt{2023 - a} = 2023$	
Đặt $\sqrt{2023 - a} = b$ ( $b \geq 0$ ). Ta có hệ PT $\begin{cases} a^2 + b = 2023 \\ b^2 + a = 2023 \end{cases}$	0,25

<p>Trừ hai phương trình của hệ ta được</p> $a^2 - b^2 + b - a = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 1 - b \end{cases}$ <p>TH1: <math>a = b \Rightarrow \sqrt{2023 - a} = a \Leftrightarrow a^2 = 2023 - a \Leftrightarrow a^2 + a - 2023 = 0</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1 + \sqrt{8093}}{2} & (T / m) \\ a = \frac{-1 - \sqrt{8093}}{2} & (KT / m) \end{cases}$ <p><math>\Rightarrow x = \left( \frac{-1 + \sqrt{8093}}{2} \right)^2</math> (Thỏa mãn)</p>	0,25
<p>TH2: <math>a = 1 - b \Leftrightarrow \sqrt{2023 - a} = 1 - a \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq a \leq 1 &amp; (1) \\ a^2 - 2a + 1 = 2023 - a &amp; (2) \end{cases}</math></p> <p>(2) <math>\Leftrightarrow a^2 - a = 2023</math> (không thỏa mãn điều kiện (1))</p> <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là <math>x = \left( \frac{-1 + \sqrt{8093}}{2} \right)^2</math>.</p>	0,25

*HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*