

**Câu I** (2,0 điểm).

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{x+\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1}$ , với  $x > 0$ .

1. Rút gọn  $A$ .

2. Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $A > \frac{1}{3}$ .

**Câu II** (2,0 điểm).

1. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d): y = -x + n - 1$ ,  $(d'): y = (m^2 - 3)x + m$ . Tìm  $m, n$  để  $(d)$  vuông góc với  $(d')$ , đồng thời  $(d)$  cắt  $(d')$  tại điểm  $A(3;1)$ .

2. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2(y - 1) = 2 \\ x + 3(y + 1) = 8 \end{cases}$ .

**Câu III** (2,0 điểm).

1. Giải phương trình  $x^2 - 9x + 8 = 0$ .

2. Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$ , với  $m$  là tham số. Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) thỏa mãn

$$(2x_2 - 3)^2 - (2x_1 - 3)^2 = 32m - 16.$$

**Câu IV** (3,0 điểm).

Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$  cố định, điểm  $I$  nằm giữa  $O$  và  $A$  sao cho

$AI = \frac{1}{3}AO$ . Kẻ dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$ , gọi  $C$  là điểm tùy ý thuộc

cung lớn  $MN$  sao cho  $C$  không trùng với  $M, N$  và  $B$ . Nối  $AC$  cắt  $MN$  tại  $E$ .

1. Chứng minh tứ giác  $EIBC$  nội tiếp.

2. Chứng minh  $AM^2 = AE.AC$ .

3. Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MCE$  khi  $NK$  nhỏ nhất, với  $K$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MCE$ .

**Câu V** (1,0 điểm).

Xét hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $a + b \leq 4 + 2\sqrt{3}$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức  $P = \sqrt{a^2 - a + 1} + \sqrt{b^2 - b + 1} + 3(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ .