

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm x để biểu thức $P = AB$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2. (1,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một thuyền du lịch Sông Hồng đi xuôi dòng từ bến Chương Dương đến bến Dạ Trạch dài 28km rồi ngược dòng từ Dạ Trạch về Chương Dương hết tất cả 2 giờ 55 phút. Tính vận tốc riêng của thuyền biết rằng vận tốc dòng nước chảy là 4km/giờ.

Bài 3. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x + 2| + \frac{2}{y - 1} = 3 \\ 2|x + 2| - \frac{1}{y - 1} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .

b) Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 , tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - 16 = 2\sqrt{x_1 x_2}$.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O và đường kính AB . Gọi H là điểm nằm giữa O và B . Kẻ dây cung CD vuông góc với AB tại H . Trên cung nhỏ AC lấy điểm E bất kì (E khác A và C). Kẻ CK vuông góc với AE tại K . Đường thẳng CK cắt DE tại F .

a) Chứng minh rằng $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng $KH \parallel DE$ và $\triangle ADF$ cân.

c) Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của D trên EA và EB . Chứng minh rằng $\widehat{DHN} = \widehat{DBN} = \widehat{EAD}$. Từ đó suy ra ba điểm M, H, N thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của điểm E sao cho diện tích tam giác ADF lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho các số thực không âm a, b thỏa mãn điều kiện $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1 + 4a} + \sqrt{1 + 2023b}$.