SỞ GD&ĐT HÀ GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS
NĂM HỌC 2022 – 2023
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 15/3/2023
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Cho biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-\sqrt{x}+1}-\frac{3}{x\sqrt{x}+1}\right).\frac{1}{\sqrt{x}}$, với $x>0$. Rút gọn và tìm giá trị lớn nhất của P.

b) Cho $x=\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $Q=\left(x^3-3x-17\right)^{2023}$.

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x-m$. Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3=5$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x-2}+\frac{3}{y+1}=2\\ \frac{2x+1}{x-2}+\frac{3y+9}{y+1}=12.\end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm). Tìm các nghiệm nguyên của phương trình

$$x^2+y^2=(x-y)(xy+2)+7.$$

Câu 4 (4,0 điểm). Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn: $x+y+z=2\sqrt{3}$ và $xy+yz+zx=4$. Chứng minh rằng:

$$\frac{4}{x^2+y^2}+\frac{4}{y^2+z^2}+\frac{4}{z^2+x^2}\le\frac{x^3+y^3+z^3+6xyz}{2xyz}.$$

Câu 5 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB<AC$ và M là trung điểm cạnh BC. Gọi P là một điểm bất kì trên đoạn AM (P khác A và M). K, L lần lượt là các điểm thuộc tia BP, CP sao cho $\widehat{AKB}=\widehat{ABC}$ và $\widehat{ALC}=\widehat{ACB}$. Đường tròn (I) ngoại tiếp tam giác BPL cắt đường thẳng AB tại điểm F khác B. Đường tròn (J) ngoại tiếp tam giác CPK cắt đường thẳng AC tại điểm E khác C.

a) Chứng minh rằng ΔBKA và ΔBAP đồng dạng.

b) Chứng minh rằng IJ song song với EF.

——— HẾT ———

Thí sinh không được sử dụng tài liệu; Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh: .....**SBD:** .....