

ĐỀ:

(Đề thi có 01 trang/20 điểm)

Câu 1:

- 1) Tính tổng: $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2022} + 2^{2023}$.
- 2) Chứng minh rằng số: $x = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}}$ là nghiệm phương trình: $x^3 + 3x - 14 = 0$.

Câu 2:

- 1) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất thỏa cả hai tính chất sau:
 - a) Chữ số cuối cùng bằng 6;
 - b) Nếu bỏ chữ số cuối cùng ấy và thêm chữ số 6 vào trước các chữ số còn lại thì số mới nhận được gấp 4 lần số ban đầu.
- 2) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 2 = 5\sqrt{(x^2 - x - 20)(x + 1)}$.

Câu 3:

- 1) Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$, với mọi a, b, c .
- 2) Cho x, y, z thỏa $xyz > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^8 + y^8 + z^8}{x^3 y^3 z^3}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC đều cạnh a với đường cao AH. M là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Vẽ $ME \perp AB, MF \perp AC$. Gọi O là trung điểm của AM.

- 1) Chứng minh rằng 5 điểm A, E, H, M, F cùng nằm trên một đường tròn. Tứ giác OEHF là hình gì?
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác OEHF theo a khi M di động trên cạnh BC.

----- HẾT -----