

ĐỀ 1

**Câu I. (2,0 điểm)** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{x+\sqrt{x}+14}{x-4} - \frac{5}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x=16$ .
- 2) Chứng minh rằng  $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$
- 3) Cho  $M = A.B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $M$ .

**Câu II. (2,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II vượt mức 21%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

**Câu III. (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \sqrt{y} = 4 \\ \frac{2}{x-1} - \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2x + 3$ 
  - a. Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).
  - b. Gọi A, B là giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

**Câu IV. (3,0 điểm)**

Cho (O;R) đường kính AB. C là một điểm bất kỳ thuộc cung AB ( $AC < CB$ ). Từ C kẻ CH vuông góc với AB ( $H \in AB$ ). Lấy điểm F thuộc cung nhỏ AC; BF cắt CH tại E; Tia AF cắt tia HC tại I.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh rằng:  $AF.AI = AH. AB$
- 3) Cho BI cắt (O) tại K. Chứng minh rằng A, E, K thẳng hàng.

**Câu V. (0,5 điểm)** Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{a+c} + \frac{c^2}{a+b}$

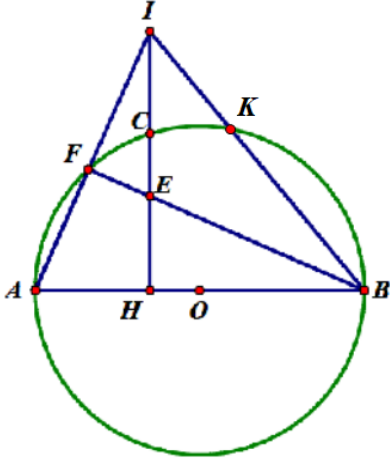
----- HẾT -----

**Lưu ý:** Cán bộ trông kiểm tra không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh: ..... Số báo danh: .....

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
I.1	Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta có: $A = \frac{\sqrt{16}+2}{\sqrt{16}+1}$	0,25
	$A = \frac{6}{5}$	0,25
I.2	$B = \frac{x+\sqrt{x}+14}{x-4} - \frac{5}{\sqrt{x}-2}$	
	$B = \frac{x+\sqrt{x}+14}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{5(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$B = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$	0,25
I.3	$P = A.B$ $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ $P = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	Với mọi $x$ thuộc ĐKXD ta có: $\sqrt{x} \geq 0$ $\rightarrow \sqrt{x}+1 \geq 1$ $\rightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1} \leq 3$	0,25
	$\rightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq 1-3$ $\rightarrow P \geq -2$ Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = -2$ khi $x = 0$	0,25
II	Gọi số sản phẩm tổ I được giao theo kế hoạch là $x$ (sản phẩm) $0 < x < 600, x \in \mathbb{N}^*$	0,25
	Số sản phẩm tổ II được giao theo kế hoạch là $y$ (sản phẩm)	0,25

	$0 < y < 600, y \in \mathbb{N}^*$	
	Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm, nên ta có phương trình: $x + y = 600$ (1)	0,25
	Số sản phẩm tổ I đã làm vượt mức là $18\%x = \frac{18x}{100}$ (sản phẩm)	0,25
	Số sản phẩm tổ II đã làm vượt mức là $21\%y = \frac{21y}{100}$ (sản phẩm)	0,25
	Hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm, nên ta có phương trình: $\frac{18x}{100} + \frac{21y}{100} = 120$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{18x}{100} + \frac{21y}{100} = 120 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ tìm được $\begin{cases} x = 200(TMDK) \\ y = 400(TMDK) \end{cases}$	0,25
	Vậy số sản phẩm tổ I được giao là 200 sản phẩm Số sản phẩm tổ II được giao là 400 sản phẩm	0,25
<b>III.1</b>	Điều kiện: $x \neq 1; y \geq 0$	0,25
	Đặt $\frac{1}{x-1} = a; \sqrt{y} = b$ ( $a \neq 0; b \geq 0$ ) ta có hệ PT $\begin{cases} a + b = 4 \\ 2a - b = 2 \end{cases}$	0,25
	Giải hpt tìm được $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$	
	Ta có $\begin{cases} \frac{1}{x-1} = 2 \\ \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 4 \end{cases}$ (Thỏa mãn)	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 4 \end{cases}$	0,25
<b>III.2a</b>	Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1;1) \\ x = 3 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow B(3;9) \end{cases}$	0,75
	Vậy giao điểm của (d) và (P) là A (-1; 1) và B (3; 9)	0,25
<b>III.2b</b>	+) Vẽ được đồ thị minh họa	0,25
	+) Tính được $S_{\triangle OAB} = 6$ (đvdt)	0,25

IV		Hình vẽ đúng đến câu 1 0,25
1	<b>Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.</b>	
	+) Xét (O) ta có: $\angle AFB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Mà $\angle AHE = 90^\circ$ ( $CD \perp AB$ tại H)	0,5
	+) Xét tứ giác AHEF ta có: $\angle AFE + \angle AHE = 180^\circ$	0,25
	+) Mà $\angle AFE$ và $\angle AFE$ là hai góc đối nhau $\Rightarrow AHEF$ là tứ giác nội tiếp (DHNB)	0,25
2	<b>Chứng minh rằng: <math>AF \cdot AI = AH \cdot AB</math></b>	
	+) Xét $\triangle AFB$ và $\triangle AHI$ ta có: $\angle BAF$ chung $\angle AHI = \angle AFB = 90^\circ$	0,5
	$\Rightarrow \triangle AFB$ đồng dạng với $\triangle AHI$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{AF}{AH} = \frac{AB}{AI}$	0,25
	$\Rightarrow AF \cdot AI = AH \cdot AB$ (đpcm)	0,25
3	<b>Chứng minh A, E, K thẳng hàng</b>	
	Xét $\triangle ABI$ có: IH là đường cao; BF là đường cao IH cắt BF tại E $\Rightarrow E$ là trực tâm của $\triangle ABI$ $\Rightarrow AE$ là đường cao của $\triangle ABI$ $\Rightarrow AE$ vuông góc IB (1)	0,25
	$\angle AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AK$ vuông góc IB (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, E, K$ thẳng hàng (đpcm)	0,25
V	Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho các số dương ta có:	0,25
	$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b+c} \cdot \frac{b+c}{4}} = a$ Tương tự $\frac{b^2}{a+c} + \frac{a+c}{4} \geq b$ $\frac{c^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq c$	
	$M \geq \frac{a+b+c}{2} = 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của $M = 1$	0,25

	Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3}$	
--	--	--

**Lưu ý:**

- Học sinh làm theo cách khác đúng, cho điểm tương đương.
- Bài hình: Học sinh vẽ sai hình từ câu nào, cho 0 điểm từ câu đó.

## ĐỀ 2

Năm học 2022 - 2023  
Thời gian làm bài: 90 phút  
(Đề kiểm tra gồm 01 trang)

## Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 4}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{5\sqrt{x} - 8}{2\sqrt{x} - x}$  với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 16$

- 1) Tính giá trị của A khi  $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho  $P = A.B$ . So sánh P với 2.

## Câu II. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động tổ 1 đã làm vượt mức 10% và tổ 2 làm vượt mức 20% so với kế hoạch của mỗi tổ nên cả hai tổ làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm thực tế của mỗi tổ đã làm được.

## Câu III. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{x-y} + 2\sqrt{y+3} = \frac{13}{2} \\ \frac{2}{x-y} + \sqrt{y+3} = 4 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng (d):  $y = mx + 2$  với  $m \neq 0$ 
  - a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm  $C(4; -2)$
  - b) Gọi A và B là giao điểm của (d) với Ox và Oy. Tìm m để  $\Delta OAB$  vuông cân.

## Câu IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng  $d$  không có điểm chung với đường tròn. Gọi C là một điểm thuộc đường thẳng  $d$ . Qua C kẻ hai tiếp tuyến CA, CB với đường tròn. Gọi D là hình chiếu vuông góc của O lên  $d$ .

- 1) Chứng minh AOBC là tứ giác nội tiếp.
- 2) Gọi E, F lần lượt là giao điểm của OD, OC với AB. Chứng minh:  $OE \cdot OD = OF \cdot OC$ .
- 3) Tìm vị trí điểm C trên đường thẳng  $d$  để diện tích tam giác OEF đạt giá trị lớn nhất.

## Câu V. (0,5 điểm)

Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn:  $a + b \leq 4$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{25}{ab} + ab$

----- HẾT -----

Lưu ý: Cán bộ trông kiểm tra không giải thích gì thêm

Họ và tên học sinh: .....

Số báo danh: .....

TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

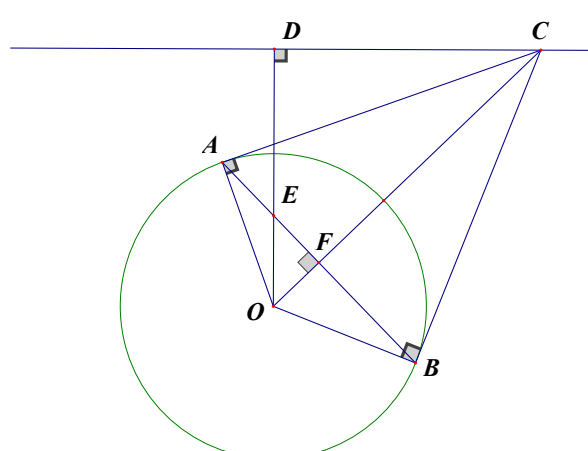
HƯỚNG DẪN CHẤM

ĐỀ 2

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 2

**MÔN TOÁN 9**  
**Năm học 2022 - 2023**

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
<b>I.1</b>	Thay $x = 25$ (tmđk) vào A ta có: $A = \frac{25 + \sqrt{25} + 1}{\sqrt{25} - 4}$	0,25
	Ta tính được $A = 31$	0,25
<b>I.2</b>	$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{5\sqrt{x} - 8}{x - 2\sqrt{x}}$	
	$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) - (5\sqrt{x} - 8)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{x - 6\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}}$	0,25
<b>I.3</b>	$P = A.B = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 4} \cdot \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$	0,25
	Xét $P - 2 = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} - 2 = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{\sqrt{x}}$	0,25
	Ta có $x > 0$ nên $\sqrt{x} > 0$ ; $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$	
	$\Rightarrow P - 2 > 0 \Leftrightarrow P > 2$ Vậy $P > 2$ với $x > 0$ ; $x \neq 4$ ; $x \neq 16$	0,25
<b>II</b>	Gọi số sản phẩm tổ 1 làm theo kế hoạch là x (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}^*$ , $x < 800$ )	0,25
	Gọi số sản phẩm tổ 2 làm theo kế hoạch là y (sản phẩm, $y \in \mathbb{N}^*$ , $y < 800$ )	
	Lập luận được phương trình : $x + y = 800$ (1)	0,25
	Suy luận được số sản phẩm vượt mức của tổ 1 là: 10% x (sản phẩm)	0,25
	Suy luận được số sản phẩm vượt mức của tổ 2 là: 20% y (sản phẩm)	
	Suy luận được phương trình (2) $110\%x + 120\%y = 910$	0,25
	Thiết lập được hệ phương trình : $\begin{cases} x + y = 800 \\ 110\%x + 120\%y = 910 \end{cases}$	0,25

	Giải hệ phương trình , được nghiệm $\begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \end{cases}$ (TMDK)	0,25
	Tính được số sản phẩm tổ 1 làm được trong thực tế : 550 sản phẩm Tính được số sản phẩm tổ 2 làm được trong thực tế : 360 sản phẩm	0,25
	KL : Số sản phẩm tổ 1 làm trong thực tế là 550 sản phẩm Số sản phẩm tổ 2 làm trong thực tế là 360 sản phẩm	0,25
<b>III.1</b>	Đk: $x \neq y; y \geq -3$ .	0,25
	Đặt $\frac{1}{x-y} = a; \sqrt{y+3} = b$ ĐK: $a \neq 0; b \geq 0$	0,25
	Ta có: $\begin{cases} a + 2b = \frac{13}{2} \\ 2a + b = 4 \end{cases}$ . Giải được $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3(\text{tmdk}) \end{cases}$	0,25
	Tìm được x, y. KT và kết luận hệ PT có nghiệm duy nhất ( $x = 8; y = 6$ )	0,25
<b>III. 2a</b>	a) $y = mx + 2$ với $m \neq 0$ Vì (d) đi qua điểm C(4; -2) $\Rightarrow m \cdot 4 + 2 = -2$ $\Leftrightarrow m = -1$ ( thỏa mãn )	0,75
	Vậy $m = -1$	0,25
<b>III. 2b</b>	b) Tìm được giao điểm của (d) với trục tung và trục hoành $\Rightarrow OB = 2, OA = \left  \frac{-2}{m} \right $	0,25
	Vì $Ox \perp Oy \Rightarrow \Delta OAB$ vuông . Để $\Delta OAB$ vuông cân $\Rightarrow OA = OB$ Giải tìm đúng m và kết luận $m = 1; m = -1$	0,25
<b>IV</b>		Hình vẽ đúng đến câu 1 0,25
<b>1</b>	<b>Chứng minh rằng tứ giác AOBC là tứ giác nội tiếp.</b>	
	Do CA, CB là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O nên: $CA \perp OA, CB \perp OB$ . Suy ra $\widehat{OAC} = 90^\circ, \widehat{OBC} = 90^\circ$ .	0,5
	+ ) Xét tứ giác AOBC ta có: $\angle OAC + \angle OBC = 180^\circ$	0,25
	+ ) Mà $\angle OAC$ và $\angle OBC$ là hai góc đối nhau $\Rightarrow AOBC$ là tứ giác nội tiếp (DHNB)	0,25
<b>2</b>	<b>Chứng minh rằng: <math>OE \cdot OD = OF \cdot OC</math></b>	
	Ta có: $OA = OB = R; CA = CB$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên O và C nằm trên đường trung trực của AB.	0,5



	Từ đó đường thẳng OC là trung trực của AB. Do đó OC vuông góc với AB. $\Rightarrow OF \perp AB \Rightarrow \widehat{OFE} = 90^\circ$ .	
	Xét $\triangle OFE$ và $\triangle ODC$ ta có $\angle OFE = \angle ODC = 90^\circ$ $\angle DOC$ chung.	0,25
	$\Rightarrow \triangle OFE$ đồng dạng $\triangle ODC$ (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{OF}{OD} = \frac{OE}{OC} \Leftrightarrow OE \cdot OD = OF \cdot OC$	0,25
<b>3</b>	<b>Tìm vị trí điểm C trên đường thẳng d để diện tích tam giác OEF đạt giá trị lớn nhất</b>	
	Theo câu b) ta có $OE \cdot OD = OF \cdot OC$ . Mà $OF \cdot OC = OA^2 = R^2$ nên $OE = \frac{R^2}{OD}$ (không đổi). Diện tích s của $\triangle OEF$ là $s = \frac{1}{2} FO \cdot FE$ Theo BĐT Cô-si, ta có: $s = \frac{1}{2} FO \cdot FE \leq \frac{OF^2 + EF^2}{4} = \frac{OE^2}{4} \Rightarrow s \leq \frac{OE^2}{4}$	0,25
	Dấu bằng xảy ra nếu $OF = EF$ mà $\triangle OEF$ vuông tại F nên $\widehat{EOF} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{COD} = 45^\circ$ . Do đó COD là $\triangle$ vuông cân tại D. Vậy C là điểm thỏa mãn $DO = DC$ .	0,25
<b>V</b>	Có $\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} \geq \frac{4}{(a+b)^2} \geq \frac{4}{16}$ . Dấu = khi $a = b = 2$ Có $ab + \frac{16}{ab} \geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{16}{ab}} = 8$ . Dấu = khi $ab = 4$ Có $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} = 2 \Rightarrow ab \leq 4 \Rightarrow \frac{17}{2ab} \geq \frac{17}{8}$ . Dấu = khi $a = b = 2$	0,25
	Suy ra: $\frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{25}{ab} + ab = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab} + \frac{17}{2ab} + ab + \frac{16}{ab} \geq \frac{1}{4} + 8 + \frac{17}{8} = \frac{83}{8}$ . Dấu = khi $a = b = 2$ Kết luận	0,25

**Lưu ý:**

- Học sinh làm theo cách khác đúng, cho điểm tương đương.
- Bài hình: Học sinh vẽ sai hình từ câu nào, cho 0 điểm từ câu đó.