

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{x+5}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{2x}{x-3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $AB \cdot (\sqrt{x} - 3) = 4\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x-4}$.

Bài II (2,0 điểm) Giải toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai lớp 9A và 9B có tổng cộng 95 học sinh. Trong đợt quyên góp ủng hộ các bạn học sinh nghèo, bình quân mỗi bạn lớp 9A ủng hộ 3 quyển, mỗi bạn lớp 9B ủng hộ 4 quyển, vì vậy cả hai lớp ủng hộ 330 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \\ 2\sqrt{3x-1} - \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$.

a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P) (biết $x_A < x_B$) và tính diện tích tam giác OAB .

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho $MB > MC$. Kẻ MI vuông góc với $AB (I \in AB)$ và MH vuông góc với $BC (H \in BC)$.

1) Chứng minh tứ giác $BIHM$ nội tiếp.

2) Gọi K là giao điểm của IH và AC . Chứng minh: $\widehat{MIK} = \widehat{MAK}$ và MK vuông góc với AC .

3) Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để IK lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm)

Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{7x+9} + \sqrt{7y+9} + \sqrt{7z+9}$.

..... Hết

Chúc con làm bài tốt.

HƯỚNG DẪN CHẤM

HƯỚNG DẪN CHUNG

+) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

+) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.

+) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.	0,5
		Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A.	0,25
		Tính được $A = \frac{16+5}{\sqrt{16-1}} = \frac{21}{3} = 7$	0,25
	2)	Rút gọn biểu thức B	1,0
		$B = \frac{2x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$	0,25
		$= \frac{2x - \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$= \frac{2x - x - \sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	3)	Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $A.B.(\sqrt{x}-3) = 4\sqrt{x}+1-2\sqrt{x-4}$	0,5
		Điều kiện : $x \geq 4, x \neq 9$.	
		Biến đổi được thành $(\sqrt{x}-2)^2 + 2\sqrt{x-4} = 0$.	0,25
		Lập luận để có $\begin{cases} \sqrt{x}-2=0 \\ 2\sqrt{x-4}=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=4$ (TMĐK)	0,25
Kết luận: $x = 4$ là giá trị cần tìm.			

Bài II 2,0 điểm	1)	Tính số học sinh mỗi lớp 9A, 9B	2,0
		Gọi số học sinh hai lớp 9A, 9B lần lượt là x, y (học sinh). Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, x, y < 95$.	0,25
		Vì số học sinh hai lớp là 95 học sinh, ta có phương trình: $x + y = 95$. (1)	0,25
		Số vở lớp 9A ủng hộ là $3x$ (quyển). Số vở lớp 9B ủng hộ là $4y$ (quyển).	0,5
		Vì số vở hai lớp ủng hộ là 330 quyển. Ta có phương trình $3x + 4y = 330$. (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 95 \\ 3x + 4y = 330 \end{cases}$	0,5
		Giải hệ phương trình tìm được $x = 50$ và $y = 45$. Đối chiếu điều kiện và kết luận. Vậy số học sinh của lớp 9A là 50 học sinh, số học sinh của lớp 9B là 45 học sinh.	0,25
Bài III 2,5 điểm	1)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{3x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \\ 2\sqrt{3x-1} - \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$	1,0
		ĐKXD: $x \geq \frac{1}{3}; y \geq -1$	0,25
		Giải ra được $\begin{cases} \sqrt{3x-1} = 3 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
		Đối chiếu điều kiện và kết luận: Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x, y) = \left(\frac{10}{3}; 3\right)$.	0,25
2a)		Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.	0,5
		Lập bảng giá trị	0,25
		Vẽ (P) và (d)	0,25
		Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d). Tính diện tích tam giác OAB	1
		Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 - 2x - 3 = 0$ (*)	0,25
		Giải ra được $x_1 = -1; x_2 = 3$.	
2b)		Vì $x_A < x_B$ nên $x_A = -1, y_A = (-1)^2 = 1$. Suy ra: $x_B = 3, y_B = 3^2 = 9$. Hai giao điểm của (d) và (P) là $A(-1; 1), B(3; 9)$.	0,25
		Gọi giao điểm của d và Oy là $C(0; 3)$. Kẻ AH, BK cùng vuông góc với Oy.	0,25

		$AH = x_A = -1 = 1$ (đvdd), $BK = x_B = 3$ (đvdd).	
		$S_{OAB} = S_{OAC} + S_{OBC} = \frac{1}{2} AH \cdot OC + \frac{1}{2} BK \cdot OC = 6$ (đvdt).	0,25
Bài IV 3,0 điểm	1)	Chứng minh tứ giác $BIMH$ nội tiếp.	1,0
			0,25
		Vẽ đúng hình đến ý 1).	0,25
		Chỉ ra $\widehat{BIM} = 90^\circ$.	0,25
		Chỉ ra $\widehat{BHM} = 90^\circ$.	0,25
		Xét tứ giác $BIHM$ có: $\widehat{BIM} = \widehat{BHM} = 90^\circ$. Mà I và H là hai đỉnh kề nên tứ giác $BIHM$ nội tiếp.	0,25
	2)	Chứng minh $\widehat{MIK} = \widehat{MAK}$ và $MK \perp AC$.	1,5
		Chứng minh được $\widehat{MIH} = \widehat{MBH}$.	0,25
		Chứng minh được $\widehat{MBH} = \widehat{MAC}$.	0,25
		Dẫn đến $\widehat{MIK} = \widehat{MAK}$.	0,25
		Vì $\widehat{MIK} = \widehat{MAK}$ dẫn đến tứ giác $AIMK$ nội tiếp.	0,25
		Suy ra: $\widehat{AIM} + \widehat{AKM} = 180^\circ$.	0,25
	Do đó: $MK \perp AC$.	0,25	
3)	Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để IK lớn nhất	0,5	
		0,25	
	Chứng minh: $\triangle BMC$ đồng dạng với $\triangle IMK$ (g-g). $\Rightarrow \frac{IK}{BC} = \frac{MI}{MB}$	0,25	
	Mà $MI \leq MB$ (Quan hệ đường vuông góc và đường xiên) $\Rightarrow \frac{IK}{BC} = \frac{MI}{MB} \leq 1 \Rightarrow IK \leq BC$. $\max IK = BC$	0,25	
	$IK \max \Leftrightarrow \begin{cases} MI \equiv MB \\ MK \equiv MC \end{cases} \Leftrightarrow M \text{ là điểm chính giữa cung } BC.$		
Bài V 0,5 điểm	Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{7x+9} + \sqrt{7y+9} + \sqrt{7z+9}$	0,5	
	Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có:	0,25	

	$P = 1 \cdot \sqrt{7x+9} + 1 \cdot \sqrt{7y+9} + 1 \cdot \sqrt{7z+9}$ $\leq \sqrt{1^2+1^2+1^2} \cdot \sqrt{7x+9+7y+9+7z+9} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{102}$ <p>Max $P = \sqrt{102}$ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$.</p>	
	<p>Ta có $x, y, z \geq 0, x + y + z = 1 \Rightarrow 0 \leq x, y, z \leq 1 \Rightarrow x \geq x^2, y \geq y^2, z \geq z^2$.</p> <p>Từ đó có $P \geq \sqrt{x^2+6x+9} + \sqrt{y^2+6y+9} + \sqrt{z^2+6z+9} = x+3 + y+3 + z+3 = 10$.</p> <p>min $P = 10$ khi x, y, z là các hoán vị của $(0;0;1)$</p>	0,25

..... **Hết**