

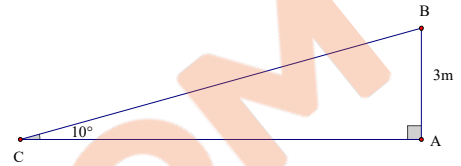


Bài 1 (2 điểm) Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} + \frac{x+8\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$.

- Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{9}$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Cho x là số nguyên, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$.

Bài 2 (2,5 điểm)

- Một con chim bói cá đậu trên cành cây sát mép hồ ở vị trí cao 3m so với mặt nước. Nó nhìn thấy có một con cá bơi sát mặt nước ở gần đó và lao xuống để bắt cá. Nếu coi đường bay của chim là đường thẳng và góc tạo bởi đường bay của chim bói cá với mặt hồ là 10° thì khoảng cách ban đầu của chúng là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



- Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước, biết nếu vòi thứ nhất chảy trong 1 giờ rồi khóa lại mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 45 phút thì được $\frac{3}{4}$ bể. Còn nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi lại mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 30 phút thì được $\frac{13}{24}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 3 (2 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}} + 3|y| = 5 \\ \frac{3}{\sqrt{x-1}} - 2|y| = 1 \end{cases}$$

2) Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 6x + m^2$ (m là tham số).

- Với $m = 2\sqrt{2}$:
 - Tìm giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) .
 - Gọi các giao điểm trên là A và B . Tính độ dài hình chiếu vuông góc của đoạn AB trên trục Ox .
- Tìm các giá trị nguyên của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài 4 (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao BD , CE và trực tâm H .

- Chứng minh bốn điểm B ; E ; D ; C cùng thuộc một đường tròn tâm O . Chỉ ra vị trí tâm O và vẽ đường tròn đó.
- Đường thẳng qua C và song song với BD cắt đường thẳng qua B và song song với AC tại F . Chứng minh F thuộc đường tròn (O) ở câu 1). Tia AF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K , tia AH cắt BC tại M . Chứng minh $AK.AF = AD.AC = AH.AM$.
- Đường tròn $(D; DA)$ cắt đường tròn (P) ngoại tiếp tam giác AEK tại N . Chứng minh ND là tiếp tuyến của đường tròn (P) .

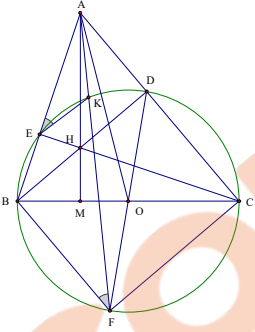
Bài 5 (0,5 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn $2x + \sqrt{2x-1} = \sqrt{y-1} + y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4x^2 + 3y^2 - 5(2x+y) + \frac{9}{2x+y} + 26$.

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài 1:	<p>a) Thay $x = \frac{1}{9}$ (tmđk) vào biểu thức A, ta được:</p> $A = \frac{\sqrt{\frac{1}{9}} + 2}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = 7$	0,25đ
		0,25đ
b)	$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{x+8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3) - \sqrt{x}(\sqrt{x}+3) + x+8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{x-2\sqrt{x}-3-x-3\sqrt{x}+x+8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ $= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25đ 0,25đ 0,5đ
c)	$P = AB = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-3}$ <p>Để P đạt GTLN thì $\frac{5}{\sqrt{x}-3}$ đạt GTLN khi và chỉ khi $\sqrt{x}-3 > 0$ và $\sqrt{x}-3$ nhỏ nhất</p> <p>- Lập luận tìm được GTLN của P là $\frac{\sqrt{10}+2}{\sqrt{10}-3} = 16+5\sqrt{10}$, đạt được khi $x=10$</p>	0,25đ 0,25đ
Bài 2:		0,25đ
1)	<p>Tam giác ABC vuông tại A nên có $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{BC}$</p> <p>Suy ra $BC = \frac{3}{\sin 10^\circ} \approx 17,3m$</p>	0,25đ
2)	<p>Gọi : Thời gian vòi 1 chảy 1 mình đầy bể là: x (h), đk: x > 0) Thời gian vòi 2 chảy 1 mình đầy bể là: y (h), đk: y > 0) \Rightarrow 1h vòi 1 chảy được: $\frac{1}{x}$ bể $\Rightarrow 15+30=45$ phút = $\frac{3}{4}$ h vòi 1 chảy được: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x}$ bể \Rightarrow 1h vòi 2 chảy được: $\frac{1}{y}$ bể $\Rightarrow 45$ phút = $\frac{3}{4}$ h vòi 2 chảy được: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{y}$ bể ; 30 phút = $\frac{1}{2}$ h vòi 2 chảy được: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y}$ bể + Do vòi 1 chảy trong 1 giờ rồi khóa lại mở vòi hai chảy tiếp trong 45 phút thì đầy $\frac{3}{4}$ bể nên có PT: $\frac{1}{x} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$ (1) + Do nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi lại mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 30 phút = $\frac{1}{2}$ thì được $\frac{13}{24}$ bể khi đó vòi 1 chảy trong thời gian 45 phút = $\frac{3}{4}$ nên ta có pt: $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{13}{24}$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{13}{24} \end{cases}$ <p>Giải đúng : x = 2; y = 3 (TMĐK) và kết luận</p>	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,75đ
Bài 3		
1)	Điều kiện $x > 1$	0,25đ

	Giải hệ tìm được $x=2, y=1$ hoặc $x=2, y=-1$ (tmdk)	0,75đ
2) a)	- Khi $m = 2\sqrt{2}$: (d): $y = 6x + 8$. PT hoành độ giao điểm của (d) và (P) là : $-x^2 = 6x + 8 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 8 = 0$ - Tìm được giao điểm là $A(-4; -16)$, $B(-2; -4)$ - Suy ra độ dài hình chiếu là 2 (đvdd)	0,25đ 0,25đ
b)	- PT hoành độ giao điểm của (d) và (P) là : $-x^2 = 6x + m^2 \Leftrightarrow x^2 + 6x + m^2 = 0$ (1) - Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9 - m^2 > 0$. $\Leftrightarrow -3 < m < 3$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$	0,25đ 0,25đ

Bài 4	Vẽ hình đúng đến câu a		0,25đ
a)	- Lập luận $\triangle BEC$ vuông tại E rồi kl E, B, C cùng thuộc đường tròn đk BC - Lập luận $\triangle BDC$ vuông tại D rồi kl D, B, C cùng thuộc đường tròn đk BC - KL 4 điểm E, D, B, C cùng thuộc đường tròn đk BC có tâm O là trung điểm cạnh BC và vẽ hình đúng.	0,25đ 0,25đ 0,5đ	
b)	- Lập luận $\triangle BFC$ vuông tại F rồi kl F thuộc đường tròn (O) đk BC - Chứng minh được $\triangle ADF$ đồng dạng với $\triangle AKC$ (g-g) - Suy ra $\frac{AD}{AK} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AD \cdot AC = AK \cdot AF$ (1) - Chứng minh được $\triangle ADH$ đồng dạng với $\triangle AMC \Rightarrow AD \cdot AC = AH \cdot AM$ - Suy ra đpcm	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ	
c)	- Chứng minh $\triangle AEK$ đồng dạng với tam giác AFB (g-g) - Chứng minh $AD \perp PA$. - Chứng minh $\widehat{PAD} = \widehat{PND} = 90^\circ$ và suy ra ND là tt.	0,25đ 0,25đ	
Bài 5	- Chứng minh được $y = 2x$, suy ra $P = 16x^2 - 20x + \frac{9}{4x} + 26$ - Ta có: $P = (4x - 3)^2 + (4x + \frac{9}{4x}) + 17$ - Tìm được GTNN của P là 23, đạt được khi $x = \frac{3}{4}; y = \frac{3}{2}$	0,25 đ 0,25 đ	