

Bài I (2 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x-4}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{x}+2} - \frac{8\sqrt{x}+1}{x-4} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

2) Chứng minh $B = \frac{x-5}{x-4}$

3) Cho $P = A.B$. Tìm các số nguyên dương x để $P < 2$.

Bài II (2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong.

Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc?

Bài III (2 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{4}{x+3} - \frac{3}{2y-1} = 1 \\ \frac{1}{x+3} + \frac{1}{2y-1} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng:

$$(d): y = x + 2 \text{ và } (d'): y = -2x + 5$$

a) Tìm tọa độ giao điểm A của (d) và (d')

b) Gọi B, C lần lượt là giao điểm của (d) và (d') với trục tung. Tính diện tích ΔABC .

Bài IV (3,5 điểm): Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Lấy điểm C thuộc đường tròn sao cho $AC = R$. Trên cung nhỏ BC lấy điểm D (D khác B, C); AC cắt BD tại E; kẻ EH vuông góc với AB tại H, EH cắt AD tại I. Tia DH cắt (O; R) tại điểm thứ hai là F.

a) Chứng minh bốn điểm A, H, D, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{DHE} = \widehat{DFC}$ từ đó suy ra $CF \perp AB$

c) Chứng minh ΔBCF là tam giác đều. Xác định vị trí của D trên cung nhỏ BC để chu vi tứ giác ABDC đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm): Giải phương trình $x^2 - 6x + 11 = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$.

---Chúc các em làm bài tốt---