SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **NGHỆ AN** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9** **NĂM HỌC 2022 - 2023** Môn thi: **TOÁN – BẢNG A** Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (3,5 điểm).

a) Cho m, n là các số nguyên. Chứng minh rằng $mn\left(m^2-n^2\right)$ chia hết cho 6.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q, r thỏa mãn $p^2+14q^2+2r^2=6pqr$.

Câu 2 (6,5 điểm).

a) Giải phương trình $(13x+1)\sqrt{2x-1}=(7x-1)\sqrt{8x+1}-4$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^4+2x^3y+x^2y^2=7x+9 \\ x(y-x+1)=3. \end{cases}$

Câu 3 (1,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2-y^2+z^2=xy+3yz+zx$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{x}{(2y+z)^2}-\dfrac{1}{xy(y+2z)}$.

Câu 4 (7,0 điểm). Cho nửa đường tròn (O), đường kính $BC=2R$ và một điểm A thay đổi trên nửa đường tròn đó (A không trùng với B và C). Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AHB và AHC. Đường thẳng IJ cắt AB, AC theo thứ tự tại M và N.

a) Chứng minh tam giác AMN vuông cân.

b) Gọi P là giao điểm của BI và CJ. Chứng minh $\dfrac{PA^2}{CA.AB}+\dfrac{PB^2}{AB.BC}+\dfrac{PC^2}{BC.CA}=1$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của chu vi tam giác HIJ theo R.

Câu 5 (1,5 điểm). Trên một khu đất hình chữ nhật kích thước $100m \times 120m$. Người ta muốn xây một sân bóng nhân tạo có nền đất là hình chữ nhật kích thước $25m \times 35m$ và 9 bồn hoa hình tròn đường kính 5m. Chứng minh rằng dù xây trước 9 bồn hoa ở các vị trí như thế nào thì trên phần đất còn lại luôn tìm được một nền đất kích thước $25m \times 35m$ để xây sân bóng.

……………Hết……………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN	KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 NĂM HỌC 2022 - 2023
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn thi: **TOÁN – BẢNG B** Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (3,5 điểm).

a) Cho a, b là các số tự nhiên lẻ và không chia hết cho 3. Chứng minh rằng $a^2 - b^2$ chia hết cho 24.

b) Tìm tất cả các số nguyên dương n để $9n^2 + 6n - 35$ là số nguyên tố.

Câu 2 (6,5 điểm).

a) Giải phương trình $3x + 1 = \sqrt{8x+1} + \sqrt{2x-1}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y^2 + 2xy + 1 = 7x + 9 \\ x(y-x) = 2. \end{cases}$

Câu 3 (1,5 điểm). Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + 3y + 2z = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{x^2 + 9y^2}{xy + 1} + z(z^2 - 8z + 17)$.

Câu 4 (7,0 điểm). Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Trên cung BC không chứa điểm A lấy điểm M bất kỳ (M không trùng với B và C).

a) Chứng minh $MA = MB + MC$.

b) Gọi D là giao điểm của AM và BC. Chứng minh $\dfrac{MD}{MB} + \dfrac{MD}{MC} = 1$.

c) Xác định vị trí của M để tổng: $\dfrac{12}{MA} + \dfrac{2}{MD} + 2023\left(\dfrac{1}{MB} + \dfrac{1}{MC}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,5 điểm). Trên một khu đất hình chữ nhật kích thước $100m \times 120m$. Người ta muốn xây một sân bóng nhân tạo có nền đất là hình chữ nhật kích thước $25m \times 35m$ và 9 bồn hoa hình tròn đường kính $5m$. Chứng minh rằng dù xây trước 9 bồn hoa ở các vị trí như thế nào thì trên phần đất còn lại luôn tìm được một nền đất kích thước $25m \times 35m$ để xây sân bóng.

……………**Hết**……………