SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO BẾN TRE **TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẾN TRE** **TỔ: TOÁN**	**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HSG KHỐI 10** **MÔN :TOÁN (NĂM HỌC 2022-2023)** *Thời gian làm bài: 180 phút;*

Bài 1. (10 điểm)

a. *(5 điểm)* Giải phương trình: $x^3 + 3x^2 - 3\sqrt[3]{3x+5} = 1 - 3x$

b. *(5 điểm)* Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3(2x^2 - y^2 + 2y) + 15x - 10 = 0 \\ \sqrt{2-y} + \sqrt{3-x} = 2x - 2 \end{cases} (x; y \in \mathbb{R})$$

Bài 2. (10 điểm)

a. Cho a, b là 2 số bất kỳ và x, y là 2 số thực dương. Chứng minh : $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} \geq \dfrac{(a+b)^2}{x+y}$ (*)

b. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 4$. Chứng minh

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1.$$

Bài 3. (10 điểm)

Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 nữ và 16 nam để nhảy múa theo vòng tròn sao cho có ít nhất 2 người nam đứng giữa 2 người nữ bất kỳ?

Bài 4. (10 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(xy + f(x)) = xf(y) \ \forall x, y \in \mathbb{R}$

Bài 5. (10 điểm)

a. Cho *p, q* là hai số nguyên tố phân biệt. Chứng minh rằng $p^{q-1} + q^{p-1} - 1$ chia hết cho *p.q* *(4 điểm)*

b. Cho *p* là số nguyên tố khác 2 và *a, b* là hai số tự nhiên lẻ sao cho $a + b$ chia hết cho *p* và $a - b$ chia hết cho $p - 1$. Chứng minh rằng: $a^b + b^a$ chia hết cho 2*p*. *(6 điểm)*

Bài 6. (10 điểm)

Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác. Các tia AM, BM, CM cắt các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F. Gọi K là giao điểm của DE và CM, gọi H là giao điểm của DF và BM. Chứng minh rằng: các đường thẳng AD, BK, CH đồng quy.

...........HẾT...........