

- Câu 1:** Hàm nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2x}$?
- A. $\ln|2x|$. B. $2\ln|x|$. C. $\frac{1}{2}\ln|x|$. D. $\frac{-1}{2x^2}$.
- Câu 2:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > 0$
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(\frac{1}{2}; 1)$. D. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
- Câu 4:** Mô-đun của số phức $z = (3+4i)(1-2i)$ bằng
- A. 25. B. $25\sqrt{5}$. C. 5. D. $5\sqrt{5}$.
- Câu 5:** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{3x+1}$. Tính $I = \int_0^1 f(x)f'(x)dx$.
- A. $I = 1$. B. $I = 3$. C. $I = \frac{3}{2}$. D. $I = \frac{1}{2}$.
- Câu 6:** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 2; -3)$, $\vec{v} = (2; -1; -2)$. Tích vô hướng của hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v} bằng
- A. -6. B. 6. C. 10. D. -10.
- Câu 8:** Tập xác định của hàm số $y = \log(4x - x^2)$ là
- A. $(0; 4)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-2; 0)$.
- Câu 9:** Số nghiệm thực của phương trình $4 \cdot 3^{x^2} = 3 \cdot 2^{2x^2}$ là
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 10:** Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = 3 \cdot 6^x + C$. B. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = 3 \cdot 6^{x+1} + C$.
- C. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = \frac{3 \cdot 6^x}{\ln 6} + C$. D. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = \frac{3 \cdot 6^{x+1}}{x+1} + C$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 3$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của tham số m để mặt phẳng $x - 2y + 2z + m = 0$ tiếp xúc với mặt cầu (S)
- A. $m = 7$. B. $m = 5$. C. $m = 6$. D. $m = 19$.

- Câu 12:** Cho số phức z có phần ảo âm thỏa mãn $z(2-z) = 2$. Tính $|z+3i|$
A. $\sqrt{17}$. **B.** 17 . **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 5 .
- Câu 13:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên với đáy một góc 45° . Tính cosin của góc giữa mặt bên và đáy của hình chóp đã cho.
A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Câu 14:** Cho tập M gồm các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M . Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng trăm nhỏ hơn chữ số hàng chục.
A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.
- Câu 15:** Biết $\int_2^4 f(x) dx = 8$. Tính $I = \int_1^2 f(2x) dx$.
A. $I = 2$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = 8$.
- Câu 16:** Cho $a > 0$ thỏa mãn $\log a = \frac{1}{2}$. Tính $\log(1000\sqrt{a})$.
A. $\frac{13}{4}$. **B.** 4 . **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$.
- Câu 17:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .
A. $\frac{4}{9}a$. **B.** $\frac{9}{4}a$. **C.** $\frac{2}{3}a$. **D.** $\frac{3}{2}a$.
- Câu 18:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + \ln x$ với đường thẳng $y = x + 2$ là:
A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .
- Câu 19:** Phần ảo của số phức $z = \frac{1-3i}{1+i}$ là:
A. -4 . **B.** $-4i$. **C.** $-2i$. **D.** -2 .
- Câu 20:** Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6$ lập được bao nhiêu số chẵn gồm ba chữ số đôi một khác nhau?
A. 80 . **B.** 120 . **C.** 68 . **D.** 105 .
- Câu 21:** Hàm số nào dưới đây không có cực trị?
A. $y = x^3 - x + 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 + x + 1$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 1$.
- Câu 22:** Thể tích khối chóp có diện tích đáy a^2 và chiều cao $2a$ là
A. a^3 . **B.** $\frac{2}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.
- Câu 23:** Cho hàm số $y = x^4 + (2m-1)x^2 + 1$. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng 1 cực trị?
A. $m > \frac{1}{2}$. **B.** $m \geq \frac{1}{2}$. **C.** $m < \frac{1}{2}$. **D.** $m \leq \frac{1}{2}$.

- Câu 35:** Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|\bar{z}+1|=|z-i|$ là đường thẳng có phương trình?
A. $y = -x$. **B.** $y = x$. **C.** $y = x+1$. **D.** $y = -x+1$.
- Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ tại đúng 4 điểm phân biệt.
A. $m \geq 4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m \leq 4$. **D.** $2 \leq m \leq 4$.
- Câu 37:** Cho khối nón có đường kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. $\frac{8}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{32}{3}\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $32\pi a^3$.
- Câu 38:** Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\int \ln x dx = x(\ln x + 1)$. **B.** $\int \ln x dx = x(\ln x + 1) + C$.
C. $\int \ln x dx = x(\ln x - 1) + C$. **D.** $\int \ln x dx = x(\ln x - 1)$.
- Câu 39:** Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ với m là số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$ bằng 6.
A. $m = 4$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.
- Câu 40:** Số các số nguyên dương x thỏa mãn $4^x + 2023(x+1) < (x+2024) \cdot 2^x$ là:
A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.
- Câu 41:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$ là
A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 0.
- Câu 42:** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a$, góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. $\frac{\sqrt{13}}{12}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{36}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.
- Câu 43:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ $[-2; 3]$ là trị nhỏ nhất?
A. $m = 8$. **B.** $m = -8$. **C.** $m = 10$. **D.** $m = -10$.
- Câu 44:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (S) sao cho \overline{AB} cùng phương $\vec{a} = (-2; 1; -1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB .
A. $2 + 3\sqrt{6}$. **B.** $4 + 3\sqrt{6}$. **C.** $2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $4 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 45:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2|$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z - 2 + 3i|$.
A. $27 + 10\sqrt{2}$. **B.** $5 + \sqrt{2}$. **C.** $7 + 5\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{20 + 5\sqrt{2}}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp hai trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(0) = 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1 \text{ và } f''(x) + [f'(x)]^2 + x^2 = 1 + 2xf'(x). \text{ Tính } f(2).$$

- A. $1 + \ln 3$. B. $2 + \ln 3$. C. $2 - \ln 3$. D. $1 - \ln 3$.

Câu 47: Gọi M là tập hợp tất cả giá trị thực của tham số m sao cho có đúng một số phức z thỏa mãn $|z - m| = 3$ và $z(\bar{z} - 4)$ là số thuần ảo. Tính tổng tất cả các phần tử của M .

- A. -2 . B. 4 . C. 8 . D. 10 .

Câu 48: Cho hình nón có đỉnh S có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 120° . Thiết diện tạo bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh S và hình nón là một tam giác có diện tích lớn nhất bằng:

- A. $\frac{2}{3}a^2$ B. $\frac{1}{3}a^2$ C. $\frac{4}{3}a^2$ D. $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = \frac{4}{e}$ và

$$(x+1)f(x) + xf'(x) = (2x+1)e^{-x} \text{ với mọi } x > 0. \text{ Tính } \int_1^2 e^x f(x) dx.$$

- A. $4 - \ln 4$. B. $\frac{5}{2} - 2 \ln 2$. C. $4 + \ln 4$. D. $\frac{5}{2} + 2 \ln 2$.

Câu 50: Biết x, y là các số thực thỏa mãn $10^{2x+3-y^2} \geq a^{2x-\log a}$ với mọi số thực $a > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$

- A. 10 B. 13 C. 25 D. 8 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
C	C	C	D	C	C	B	A	C	C	A	C	D	B	B	A	C	B	D	C	C	B	B	C	A
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	B	B	D	C	C	C	D	D	A	B	A	C	B	D	A	A	C	B	B	B	C	A	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{2x}$?

- A. $\ln|2x|$. B. $2\ln|x|$. C. $\frac{1}{2}\ln|x|$. D. $\frac{-1}{2x^2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\int \frac{1}{2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{2} \ln|x| + C \Rightarrow \frac{1}{2} \ln|x| \text{ là một nguyên hàm của hàm số } y = \frac{1}{2x}.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

Trong các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ thì $x = 0, x = 2$ là các nghiệm bội lẻ nên chúng là cực trị của hàm số $f(x)$. Còn $x = 1$ là nghiệm bội chẵn nên nó không phải là cực trị của hàm số $f(x)$.

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > 0$

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Bất phương trình } \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > 0 \Leftrightarrow 0 < 2x-1 < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 1.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm } S = \left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$4.3^{x^2} = 3.2^{2x^2} \Leftrightarrow 2^2.3^{x^2} = 3.2^{2x^2} \Leftrightarrow 3^{x^2-1} = 2^{2x^2-2} \Leftrightarrow 2x^2 - 2 = (x^2 - 1)\log_2 3 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(2 - \log_2 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = 3 \cdot 6^x + C.$

B. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = 3 \cdot 6^{x+1} + C.$

C. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = \frac{3 \cdot 6^x}{\ln 6} + C.$

D. $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = \frac{3 \cdot 6^{x+1}}{x+1} + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int 2^x \cdot 3^{x+1} dx = 3 \int 2^x \cdot 3^x dx = 3 \int 6^x dx = \frac{3 \cdot 6^x}{\ln 6} + C$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 3$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của tham số m để mặt phẳng $x - 2y + 2z + m = 0$ tiếp xúc với mặt cầu (S)

A. $m = 7.$

B. $m = 5.$

C. $m = 6.$

D. $m = 19.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S): \begin{cases} I(-1; 0; 0) \\ R = 2 \end{cases}$.

Để (P) tiếp xúc với (S) thì $d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|-1+m|}{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 7 \end{cases}$.

Câu 12: Cho số phức z có phần ảo âm thỏa mãn $z(2-z) = 2$. Tính $|z+3i|$

A. $\sqrt{17}.$

B. $17.$

C. $\sqrt{5}.$

D. $5.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-z^2 + 2z - 2 = 0$

$-z^2 + 2z - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+i \\ z = 1-i \end{cases}$. Vậy nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình là $z = 1-i$

$|z+3i| = |1-i+3i| = |1+2i| = \sqrt{5}$

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc giữa cạnh bên với đáy một góc 45° . Tính cosin của góc giữa mặt bên và đáy của hình chóp đã cho.

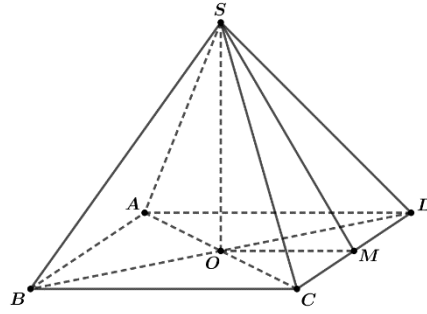
A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Lời giải



Chọn D

Gọi cạnh đáy bằng $a \Rightarrow BD = a\sqrt{2}$

- Góc giữa cạnh bên với đáy một góc $45^\circ \Rightarrow \Delta SBD$ là vuông cân $\Rightarrow SO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

- Gọi M là trung điểm $CD \Rightarrow CD \perp OM \Rightarrow$ góc giữa mặt bên và đáy là \widehat{SMO}

$$\cos \widehat{SMO} = \frac{OM}{SM} = \frac{OM}{\sqrt{OM^2 + SO^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 14: Cho tập M gồm các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập M. Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng trăm nhỏ hơn chữ số hàng chục.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

- Số tự nhiên có ba chữ số \overline{abc} đôi một khác nhau lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5\} : |\Omega| = 5 \cdot A_4^2 = 60$

- Gọi A là biến cố: “số được chọn có chữ số hàng trăm nhỏ hơn chữ số hàng chục”

+ Vì chữ số hàng trăm nhỏ hơn chữ số hàng chục và $a \neq 0$. Đồng thời cứ 1 bộ 2 chữ số thì có 1 chữ số đứng trước bé hơn chữ số đứng sau. Suy ra số cách chọn $\overline{ab} = C_4^2$,

+ Cách chọn $c : 4$

Số cách chọn $\overline{abc} : n_A = C_4^2 \cdot 4 = 24$

$$\Rightarrow P_A = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

Câu 15: Biết $\int_2^4 f(x) dx = 8$. Tính $I = \int_1^2 f(2x) dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 4$.

C. $I = 6$.

D. $I = 8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_1^2 f(2x) dx$

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$ suy ra $\begin{cases} x=0 \leftrightarrow t=0 \\ x=1 \leftrightarrow t=2 \end{cases}$

$$I = \int_1^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_2^4 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_2^4 f(x) dx = 4$$

Câu 16: Cho $a > 0$ thỏa mãn $\log a = \frac{1}{2}$. Tính $\log(1000\sqrt{a})$.

A. $\frac{13}{4}$.

B. 4.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log(1000\sqrt{a}) = \log 1000 + \log \sqrt{a} = 3 + \frac{1}{2} \log a = 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{4}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{4}{9}a$.

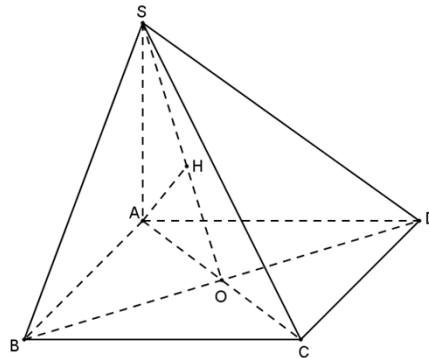
B. $\frac{9}{4}a$.

C. $\frac{2}{3}a$.

D. $\frac{3}{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Gọi H là hình chiếu của S lên SO .

Ta có $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AH$.

Lại có $AH \perp SO$ và $AH \perp BD$ nên $AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$.

Trong tam giác ABC có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác SAO có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}$.

Vậy $d(A, (SBD)) = AH = \frac{2a}{3}$.

Câu 18: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + \ln x$ với đường thẳng $y = x + 2$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + \ln x$ với đường thẳng $y = x + 2$ là $x^3 + 2x + \ln x = x + 2$.

Điều kiện $x > 0$.

Khi đó phương trình trở thành $x^3 + x + \ln x - 2 = 0$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + x + \ln x - 2$, với $x > 0$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 1 + \frac{1}{x} > 0, \forall x > 0$. Do đó hàm số $f(x) = x^3 + x + \ln x - 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Khi đó phương trình $x^3 + x + \ln x - 2 = 0$ có nhiều nhất là 1 nghiệm.

Nhận thấy $x = 1$ là nghiệm của phương trình.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + \ln x$ với đường thẳng $y = x + 2$ có 1 giao điểm.

Câu 19: Phần ảo của số phức $z = \frac{1-3i}{1+i}$ là:

A. -4.

B. $-4i$.

C. $-2i$.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = \frac{1-3i}{1+i} = \frac{(1-3i)(1-i)}{1^2+1^2} = \frac{-2-4i}{2} = -1-2i$.

Vậy phần ảo của số phức $z = \frac{1-3i}{1+i}$ là: -2 .

Câu 20: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 lập được bao nhiêu số chẵn gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. 80.

B. 120.

C. 68.

D. 105.

Lời giải

Chọn C

Số cần tìm có dạng: $\overline{abc} (a \neq 0)$.

TH1: $c = 0$, chọn $\overline{ab} : A_2^2 = 20$ số.

Suy ra lập được 20 số thỏa mãn.

TH2: $c \in \{2; 4; 6\} : 3$ cách chọn

Chọn $a : 4$ cách.

Chọn $b : 4$ cách.

Suy ra có $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ số.

Vậy có $20 + 48 = 68$ số.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y = x^3 - x + 1$.

B. $y = x^4 - x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + x + 1$.

D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = x^3 + x + 1$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $y = x^3 + x + 1$ không có cực trị

Câu 22: Thể tích khối chóp có diện tích đáy a^2 và chiều cao $2a$ là

- A. a^3 . B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 23: Cho hàm số $y = x^4 + (2m-1)x^2 + 1$. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng 1 cực trị?

- A. $m > \frac{1}{2}$. B. $m \geq \frac{1}{2}$. C. $m < \frac{1}{2}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x^4 + (2m-1)x^2 + 1$ có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow a \cdot b \geq 0 \Leftrightarrow 2m-1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2$ và công bội $q = 2$. Tính u_{10}

- A. 2048. B. 256. C. 512. D. 1024.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_{10} = u_2 \cdot q^8 = 2 \cdot 2^8 = 512$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)^2(x-2)(3-x)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\forall x \in (2; 3) \Rightarrow (x-2)(3-x) > 0 \Rightarrow f'(x) = (x-1)^2(x-2)(3-x) > 0$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 3 = 0$. Tâm của mặt cầu đã cho có tọa độ là:

- A. $(-1, 2, 0)$. B. $(1, -2, 0)$. C. $(2, -4, 0)$. D. $(-2, 4, 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ có tọa độ là $(1, -2, 0)$.

Câu 27: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy $AB = 2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $\sqrt{2}a^3$.

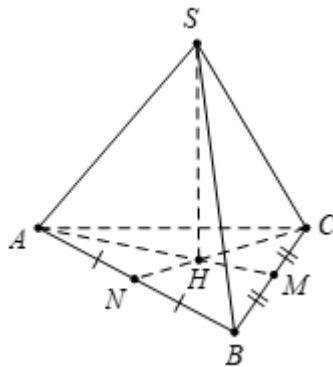
B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC và M là trung điểm của BC

$$\text{Ta có } AM = a\sqrt{3} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$$

$$\text{Mặt khác } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(\sqrt{2}a)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp đã cho là: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}a}{3} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$$

Câu 28: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1, -2, 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là:

A. $(-1, -2, 3)$.

B. $(0, -2, 3)$.

C. $(0, 2, -3)$.

D. $(1, 0, 0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1, -2, 3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là: $(0, -2, 3)$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng

$(P): x - y + 2z - 8 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

A. $(1, 3, -3)$.

B. $(-3, 1, -3)$.

C. $(-1, 3, -3)$.

D. $(3, 1, 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } M(a, b, c) \text{ vì } M \text{ thuộc } (d) \text{ nên suy ra: } \begin{cases} a = 2t + 1 \\ b = -t + 2 \\ c = 3t \end{cases}$$

Vì M thuộc (P) nên:

$$2t + 1 - (-t + 2) + 2 \cdot 3t - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(3, 1, 3)$.

Câu 30: Cho số thực $a > 0, a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}} \sqrt{a\sqrt{a}}$ bằng:

- A. 6. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\sqrt{a}} \sqrt{a\sqrt{a}} = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{3}{4} \log_a a = \frac{3}{2}$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-4}$. Viết phương trình mặt phẳng qua $M(1;0;-2)$ và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $x - y - 1 = 0$. B. $2x + 3y - 4z + 10 = 0$.
C. $2x + 3y - 4z - 10 = 0$. D. $2x + 3y - 4z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 3; -4)$.

Theo đề bài, ta có mặt phẳng (P) qua điểm $M(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u}_d = (2; 3; -4)$.

Khi đó: $(P): 2 \cdot (x-1) + 3 \cdot (y-0) - 4 \cdot (z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 10 = 0$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x-m)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- A. $m \leq 1$. B. $m > 1$. C. $m = 1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi

$$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-1)(x-m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = (m+1)^2 - 4m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\sqrt{x}} > \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2-\sqrt{x}}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\sqrt{x}} > \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2-\sqrt{x}} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} < 2 - \sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 1.$$

Do vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [0; 1)$.

- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là
- A.** $x + y + z = 0$. **B.** $x + y + z = 1$. **C.** $x - y + z = 0$. **D.** $x - y + z = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - y + z = 1$.

- Câu 35:** Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 1| = |z - i|$ là đường thẳng có phương trình?
- A.** $y = -x$. **B.** $y = x$. **C.** $y = x + 1$. **D.** $y = -x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

$$\text{Khi đó } |\bar{z} + 1| = |z - i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} \Leftrightarrow x + y = 0 \Leftrightarrow y = -x.$$

- Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ tại đúng 4 điểm phân biệt.
- A.** $m \geq 4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m \leq 4$. **D.** $2 \leq m \leq 4$.

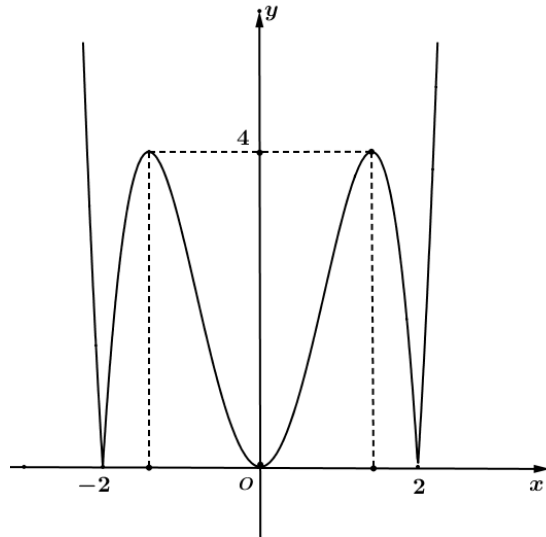
Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$:

$$x^2|x^2 - 4| = m \Leftrightarrow |x^4 - 4x^2| = m$$

Ta có đồ thị hàm số $y = |x^4 - 4x^2|$ như sau



Từ đồ thị suy ra để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 4|$ tại đúng 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m = 4$.

Câu 37: Cho khối nón có đường kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{8}{3}\pi a^3$.

B. $\frac{32}{3}\pi a^3$.

C. $8\pi a^3$.

D. $32\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot (2a)^2 \cdot 2a = \frac{8}{3}\pi a^3$.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \ln x dx = x(\ln x + 1)$. **B.** $\int \ln x dx = x(\ln x + 1) + C$.

C. $\int \ln x dx = x(\ln x - 1) + C$.

D. $\int \ln x dx = x(\ln x - 1)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$

$\Rightarrow \int \ln x dx = x \cdot \ln x - \int dx = x \ln x - x + C = x(\ln x - 1) + C$.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{x - m}{x + 1}$ với m là số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$ bằng 6.

A. $m = 4$.

B. $m = -4$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng 6 khi:

$$y(0) + y(2) = 6 \Leftrightarrow -m + \frac{2-m}{3} = 6 \Leftrightarrow m = -4.$$

Câu 40: Số các số nguyên dương x thỏa mãn $4^x + 2023(x+1) < (x+2024) \cdot 2^x$ là:

- A. 7. B. 9. C. 8. **D. 10.**

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} 4^x + 2023(x+1) < (x+2024) \cdot 2^x &\Leftrightarrow 4^x - 2024 \cdot 2^x + 2023 - (2^x - 2023) \cdot x < 0 \\ &\Leftrightarrow (2^x - 1)(2^x - 2023) - (2^x - 2023) \cdot x < 0 \\ &\Leftrightarrow (2^x - 2023)(2^x - x - 1) < 0 \end{aligned}$$

Do x nguyên dương nên $2^x > x+1 \Rightarrow 2^x - x - 1 > 0$

Do đó bpt $\Leftrightarrow 2^x < 2023 \Rightarrow x \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Vậy có 10 số nguyên dương x thỏa mãn.

Câu 41: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$ là

- A.** $\frac{8}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

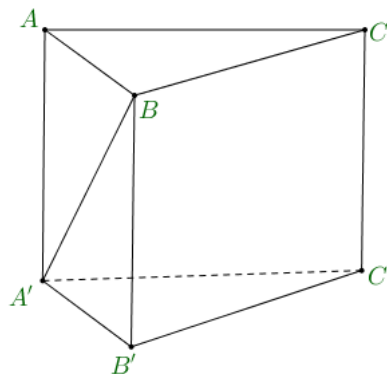
Vậy diện tích hình phẳng đã cho bằng $\int_{-1}^1 |x^2 - (2 - x^2)| dx = \int_{-1}^1 |2x^2 - 2| dx = \frac{8}{3}$.

Câu 42: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a$, góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{\sqrt{13}}{12} a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{36} a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{6} a^3$.

Lời giải

Chọn A



$$AA' \perp (ABC) \Rightarrow (\widehat{AA', (ABC)}) = \widehat{A'BA} = 60^\circ.$$

Xét tam giác vuông ABA' có: $AB = AA' \cot \widehat{ABA'} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.ABC} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AA' \cdot AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ $[-2; 3]$ là trị nhỏ nhất?

A. $m = 8$.

B. $m = -8$.

C. $m = 10$.

D. $m = -10$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$.

$$+) f'(x) = 3x^2 - 6x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2 \in [-2; 3].$$

$$+) f(-2) = m - 20, f(2) = m - 4, f(3) = f(0) = m.$$

$$\text{Khi đó } \max_{[-2; 3]} |f(x)| = \max \{|m|; |m - 20|\} = M.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \geq |m| \\ M \geq |m - 20| = |20 - m| \end{cases} \Rightarrow 2M \geq |m| + |20 - m| \geq |m + 20 - m| = 20 \Rightarrow M \geq 10.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} |m| = |20 - m| = 10 \\ m(20 - m) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 10.$$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + y + 2z + 5 = 0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (S) sao cho \overline{AB} cùng phương $\vec{a} = (-2; 1; -1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB .

A. $2 + 3\sqrt{6}$.

B. $4 + 3\sqrt{6}$.

C. $2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

D. $4 + \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

+) (S) có tâm $I(1; 1; 1)$, bán kính $R = 2$.

+) (P) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; 2)$, đường thẳng AB có VTVP $\vec{a} = (-2; 1; -1)$.

+) Ta có $\sin(\overline{AB}; (P)) = \frac{1}{2}$, suy ra góc giữa AB và (P) bằng 30° .

+) Gọi H là hình chiếu của (P). A trên (P). Ta có $AB = 2 \cdot AH$. Do đó AB max khi và chỉ khi AH max

$$AH \text{ max} = d(I; (P)) + R = 2 + \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

+) Vậy $AB \max = 4 + 3\sqrt{6}$

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z - 2 + 3i|$.

A. $27 + 10\sqrt{2}$.

B. $5 + \sqrt{2}$.

C. $7 + 5\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{20 + 5\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B

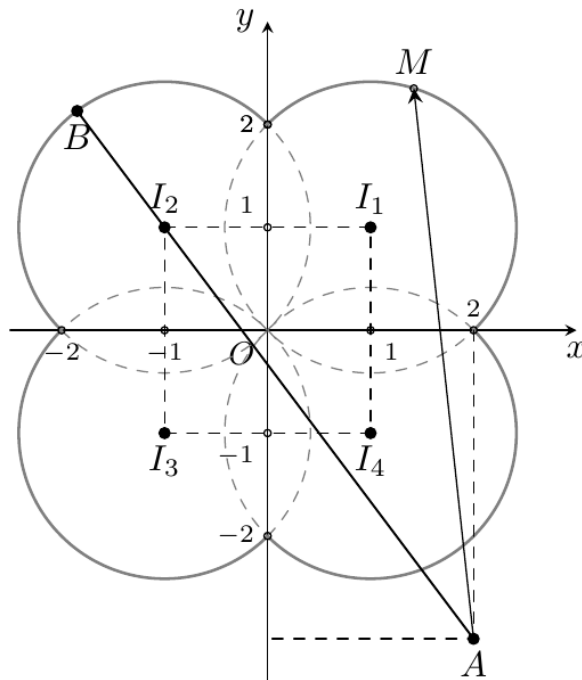
Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow M(x; y)$ biểu diễn z .

Do

$$|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2 \Leftrightarrow |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2 \Leftrightarrow 2|x| + 2|y| = x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow (|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2 = 2$$

Từ đó suy ra: Tập hợp điểm M biểu diễn z là 4 phần của 4 đường tròn như hình vẽ:



Mà $T = |z - 2 + 3i| = |z - (2 - 3i)| = MA$ với $A(2; -3)$ biểu diễn số phức $(2 - 3i)$.

Ta có $AI_1 = \sqrt{17}; AI_2 = 5; AI_3 = \sqrt{13}; AI_4 = \sqrt{5}$.

Do đó $Max T = AI_2 + R = 5 + \sqrt{2}$

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp hai trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(0) = 0$,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $f''(x) + [f'(x)]^2 + x^2 = 1 + 2xf'(x)$. Tính $f(2)$.

A. $1 + \ln 3$.

B. $2 + \ln 3$.

C. $2 - \ln 3$.

D. $1 - \ln 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 1 \Leftrightarrow f'(0) = 1.$$

$$\text{Ta có: } f''(x) + [f'(x)]^2 + x^2 = 1 + 2xf'(x) \Leftrightarrow [f'(x) - x]^2 = -(f''(x) - 1), \quad (1)$$

$$\text{Đặt } g(x) = f'(x) - x \Rightarrow g'(x) = f''(x) - 1, \text{ nên (1) trở thành } g^2(x) = -g'(x) \Rightarrow \frac{g'(x)}{g^2(x)} = -1.$$

$$\text{Lấy nguyên hàm hai vế, ta được } -\frac{1}{g(x)} = -x + C \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x - C} \Rightarrow f'(x) = x + \frac{1}{x - C}$$

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{-C} \Rightarrow C = -1. \text{ Do đó } f'(x) = x + \frac{1}{x + 1} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x + 1| + C_1$$

$$\text{Mặt khác } f(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0. \text{ Suy ra } f(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x + 1|. \text{ Vậy } f(2) = 2 + \ln 3.$$

Câu 47: Gọi M là tập hợp tất cả giá trị thực của tham số m sao cho có đúng một số phức z thỏa mãn $|z - m| = 3$ và $z(\bar{z} - 4)$ là số thuần ảo. Tính tổng tất cả các phần tử của M .

A. -2.

B. 4.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ khi đó $|z - m| = 3 \Leftrightarrow |(x - m) + yi| = 3$. Khi đó tập các số phức z là đường tròn (C_1) có tâm $I_1(m; 0)$ và $R_1 = 3$.

Ta có $z(\bar{z} - 4) = |z|^2 - 4z = (x^2 + y^2 - 4x) - 4yi$. Để $z(\bar{z} - 4)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi $x^2 + y^2 - 4x = 0$. Khi đó tập hợp các số phức z là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; 0)$ và $R_2 = 2$.

Ta có độ dài đường nối tâm là $I_1I_2 = |m - 2|$.

$$\text{Để có một số phức } z \text{ thỏa mãn } \Leftrightarrow \begin{cases} I_1I_2 = R_1 + R_2 \\ I_1I_2 = |R_1 - R_2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 2| = 5 \\ |m - 2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -3 \\ m = 3 \\ m = 1 \end{cases}.$$

Câu 48: Cho hình nón có đỉnh S có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 120° . Thiết diện tạo bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh S và hình nón là một tam giác có diện tích lớn nhất bằng:

A. $\frac{2}{3}a^2$

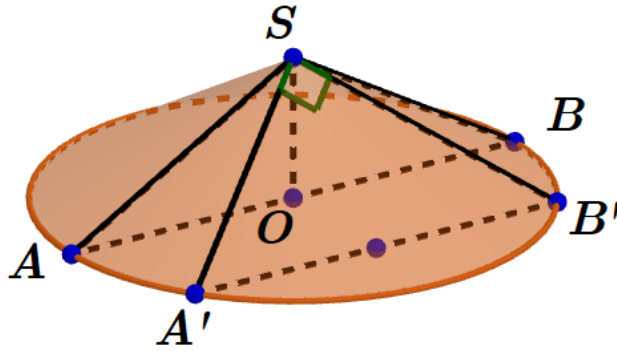
B. $\frac{1}{3}a^2$

C. $\frac{4}{3}a^2$

D. $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2SA \cdot 2SB \cos \widehat{ASB} \Leftrightarrow SA = \sqrt{\frac{AB^2}{2 - 2 \cos \widehat{ASB}}} = \sqrt{\frac{(2a)^2}{2 - 2 \cos 120^\circ}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Ta có diện tích thiết diện là $S' = \frac{1}{2} l^2 \sin \alpha \leq \frac{1}{2} l^2 = \frac{1}{2} SA^2 = \frac{2}{3} a^2$.

Đẳng thức xảy ra khi $\sin \alpha = 1$ hay $\alpha = \widehat{A'SB'} = 90^\circ$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = \frac{4}{e}$ và

$(x+1)f(x) + xf'(x) = (2x+1)e^{-x}$ với mọi $x > 0$. Tính $\int_1^2 e^x f(x) dx$.

- A. $4 - \ln 4$. B. $\frac{5}{2} - 2 \ln 2$. C. $4 + \ln 4$. D. $\frac{5}{2} + 2 \ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x+1)f(x) + xf'(x) = (2x+1)e^{-x} \Leftrightarrow (x+1)e^x f(x) + e^x xf'(x) = 2x+1$

$\Leftrightarrow [xe^x f(x)]' = 2x+1 \Rightarrow \int [xe^x f(x)]' dx = \int (2x+1) dx \Leftrightarrow xe^x f(x) = x^2 + x + C$.

Vì $f(1) = \frac{4}{e}$ nên $C = ef(1) - 2 = 2$. Suy ra $e^x f(x) = x + 1 + \frac{2}{x}$.

Khi đó $\int_1^2 e^x f(x) dx = \int_1^2 \left(x + 1 + \frac{2}{x}\right) dx = \left[\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x|\right]_1^2 = \frac{5}{2} + 2 \ln 2$.

Câu 50: Biết x, y là các số thực thỏa mãn $10^{2x+3-y^2} \geq a^{2x-\log a}$ với mọi số thực $a > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$

- A. 10 B. 13 C. 25 D. 8.

Lời giải

Chọn A

$10^{2x+3-y^2} \geq a^{2x-\log a} \Leftrightarrow 2x+3-y^2 \geq (2x-\log a) \log a \Leftrightarrow \log^2 a - 2x \log a + 2x+3-y^2 \geq 0$

Đặt $t = \log a$ ta được bất phương trình $t^2 - 2xt + 2x+3-y^2 \geq 0$

Để bất phương trình đúng với mọi số thực $a > 0$.

Điều kiện là $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 + y^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \leq 4$.

$P = 3x + 4y = 3(x-1) + 4y \Rightarrow P^2 \leq [3^2 + 4^2] [(x-1)^2 + y^2] \leq 25 \cdot 4 \Rightarrow P \leq 10$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$.