

**Câu 1: (4,0 điểm)** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{2}{2\sqrt{x+1}} - \frac{5}{4x-1} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{(2\sqrt{x+1})^2}$

a) Rút gọn biểu thức  $A$

b) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = \sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ .

**Câu 2: (4,0 điểm)**

a) Giải phương trình  $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$ .

b) Cho đường thẳng  $(d): y = (m-2)x - m + 5$ . Tìm  $m$  để khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng  $(d)$  lớn nhất.

**Câu 3: (4,0 điểm)**

a) Tìm các số tự nhiên  $x; y$  sao cho  $x^2 + 3x + 1 = 5^y$ .

b) Có bao nhiêu cách viết các số tự nhiên từ 1 đến 15 thành một dãy sao cho tổng của hai số liên tiếp bất kỳ trong dãy đều là số chính phương.

**Câu 4: (6,0 điểm)**

Cho hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  thay đổi nhưng luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  cố định. Gọi  $M$  là trung điểm của  $OO'$  và  $T$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $M$ . Đường tròn tâm  $T$  bán kính  $TA$  tương ứng cắt các đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  tại các giao điểm thứ hai là  $E$  và  $F$ .

a) Chứng minh rằng  $AE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O')$

b) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AEF$  luôn đi qua một điểm cố định khác  $A$ , khi hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  thay đổi nhưng luôn đi qua  $A, B$

c) Trên đường tròn  $(O)$  lấy điểm  $P$  bất kỳ sao cho  $PA$  cắt  $(O')$  tại  $Q$ . Chứng minh rằng  $TP = TQ$ .

**Câu 5: (2,0 điểm)** Cho các số thực dương  $x; y; z$  thỏa mãn  $z = (x-2y)(y-2x)$ .

Chứng minh rằng  $\frac{9}{xy+xz} + \frac{9}{xy+yz} + \frac{x^3+y^3}{z} \geq \frac{11}{2}$ .