

Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy viết chữ cái in hoa đứng trước phương án đúng trong mỗi câu sau vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-1}$ là:

- A. $x < 1$. B. $x \geq 1$. C. $x > 1$. D. $x \leq 1$.

Câu 2. Trong các hàm số dưới đây thì hàm số bậc nhất là:

- A. $y = 0 \cdot x + 1$. B. $y = \frac{2}{3} - 2x$. C. $y = 2x^2 + 1$. D. $y = \frac{1}{x}$.

Câu 3. Trong các hàm số dưới đây thì hàm số đồng biến trên tập xác định là:

- A. $y = x - 2$. B. $y = 3 - 2x$. C. $y = 1$. D. $y = x^2$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = 2x - 4$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là:

- A. $(-2; -1)$. B. $(1; -2)$. C. $(2; 0)$. D. $(0; -4)$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số $y = 2x - 4$ và đồ thị hàm số $y = 2x$ là hai đường thẳng:

- A. song song. B. trùng nhau. C. cắt nhau. D. vuông góc.

Câu 6. Khẳng định **không đúng** về số giao điểm có thể của đường thẳng và đường tròn là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 7. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn cắt nhau là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Cho ΔABC vuông tại A, có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm thì bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là:

- A. 5 cm. B. 10 cm. C. 15 cm. D. $15\sqrt{2}$ cm.

Phần II – Tự luận (8,0 điểm)

Câu 9. (2,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính: $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{5})\sqrt{3} - \sqrt{60}$

2) Hàm số: $y = (2 - \sqrt{3})x + 2$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

3) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0$; $x \neq 1$)

Câu 10. (2,0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất: $y = (m - 2)x + m + 1$ (với m là tham số, $m \neq 2$), có đồ thị là đường thẳng (d).

1) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(1; -1)$.

2) Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được ở ý 1.

3) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'): $y = 1 - 3x$.

Câu 11. (3,0 điểm)

1) Cho đường tròn (O) và một điểm P nằm ngoài đường tròn (O). Từ P vẽ hai tiếp tuyến PA, PB của đường tròn (O) (A và B là hai tiếp điểm tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OP và AB.

a) Chứng minh OP vuông góc với AB tại H.

b) Từ A vẽ đường kính AD của (O), đường thẳng PD cắt (O) tại E (khác D). Chứng minh: $PD \cdot PE = PH \cdot PO$.

2) Từ trên tháp quan sát của một ngọn hải đăng cao 28m, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền cứu hộ với góc hạ 20° . Tính khoảng cách từ chân tháp đến thuyền cứu hộ (kết quả làm tròn đến mét)

Câu 12. (1,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} - \sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}}$.

2) Cho a, b và c là các số thực dương thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ca}{b+1} \leq \frac{1}{4}.$$

Hết ./.

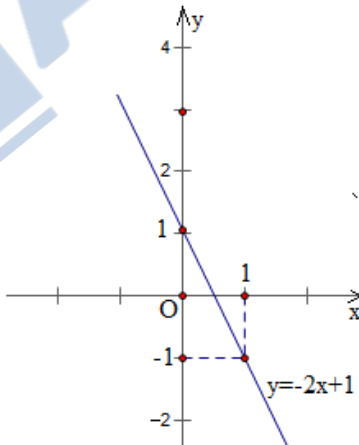
Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

I. Hướng dẫn chung:

- Dưới đây chỉ là hướng dẫn tóm tắt của một cách giải.
- Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.
- Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm tới đó.
- Nếu học sinh có cách giải khác hoặc có vấn đề phát sinh thì tổ chấm trao đổi và thống nhất cho điểm nhưng không vượt quá số điểm dành cho câu hoặc phần đó.

II. Hướng dẫn chấm và biểu điểm:

Câu	Đáp án	Điểm
Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm). Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.		
1.B	2.B	3.A
4.D	5.A	6.D
7.C	8.A	
Phần II – Tự luận (8,0 điểm)		
9 (2,0 điểm)	1) $(3\sqrt{3} + 2\sqrt{5})\sqrt{3} - \sqrt{60} = 3.3 + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{15} = 9$	0,5
	2) Hàm số $y = (2 - \sqrt{3})x + 2$ có hệ số $a = 2 - \sqrt{3} > 0$ (vì $2 = \sqrt{4} > \sqrt{3}$)	0,25
	Vậy hàm số $y = (2 - \sqrt{3})x + 2$ đồng biến trên R	0,25
	3) Với $x > 0, x \neq 1, A = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ $= \left(\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \right) \cdot \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = \frac{5}{\sqrt{x} - 1}$	0,5
10 (2,0 điểm)	1) Tìm m để (d) $y = (m - 2)x + m + 1$ đi qua điểm $A(1; -1)$	0,5
	Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; -1)$ nên với $x = 1; y = -1$ ta có: $-1 = (m - 2) \cdot 1 + m + 1$	0,25
	$\Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$ Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.	0,25
	2) Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được ở ý 1	1,0
	Với $m = 0$ ta có hàm số $y = -2x + 1$	0,25
	Xác định được 2 điểm thuộc đồ thị hàm số $A(1; -1); B(0; 1)$	0,25
	Vẽ đúng đồ thị 	0,5
3) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'): $y = 1 - 3x$		
Ta có: $(d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = -3 \\ m + 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$ (tmdk) Vậy $m = -1$	0,5	

	<p style="text-align: center;">- Vẽ hình đúng câu 1.a</p>	0,25
11 (3,0 điểm)	1.a) Chứng minh OP vuông góc với AB tại H	0,75
	Vi PA và PB là 2 tiếp tuyến của (O) tại A và B $\Rightarrow PA = PB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow P$ thuộc đường trung trực của AB(1)	0,25
	Mặt khác ta có $OA = OB = R \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AB(2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow OP$ là đường trung trực của AB $\Rightarrow PO \perp AB$ tại H.	0,25
	1.b) Từ A vẽ đường kính AD của (O), đường thẳng PD cắt (O) tại E (khác D). Chứng minh: $PD \cdot PE = PH \cdot PO$	1,0
	Ta có ΔAED nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD $\Rightarrow \Delta AED$ vuông tại E $\Rightarrow AE \perp PD$ tại E	0,25
	Vi AB là tiếp tuyến của (O) nên $AB \perp OB \Rightarrow \Delta ABO$ vuông tại B	0,25
	Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông PAO có: $PH \cdot PO = PA^2$ (1) Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông ABD có: $PD \cdot PE = PA^2$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow PH \cdot PO = PD \cdot PE$	0,5
		0,25
	11.2 Vẽ hình, lập luận	
Khoảng cách từ chân tháp đến thuyền là AC		
Vi $Bx \parallel AC \Rightarrow \widehat{CBx} = \widehat{ACB} = 20^\circ$ (so le trong)	0,25	
ΔABC vuông tại A, có $\widehat{ACB} = 20^\circ$; $AB = 28m$	0,25	
$AB = AC \cdot \tan \widehat{ACB}$ (hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông)		
$\Rightarrow AC = \frac{AB}{\tan \widehat{ACB}} = \frac{28}{\tan 20^\circ} \approx 76,93(m)$	0,25	
Vậy khoảng cách từ chân tháp đến thuyền xấp xỉ 77m		
12 (1,0 điểm)	1) Ta có: $A = \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} - \sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}}$ $A = \sqrt[3]{8 + 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^3} - \sqrt[3]{8 - 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^3}$ $A = \sqrt[3]{(2 + \sqrt{3})^3} - \sqrt[3]{(2 - \sqrt{3})^3}$	0,25
	$A = (2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})$ $A = 2\sqrt{3}$	0,25
	2) Với x, y là các số thực dương bất kỳ ta có: $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ (1). Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y$	0,25
	Áp dụng (1) ta có: $\frac{ab}{c+1} = \frac{ab}{(c+a)+(c+b)} \leq \frac{ab}{4} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$ (2)	

	Tương tự: $\frac{bc}{a+1} \leq \frac{bc}{4} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$ (3); $\frac{ca}{b+1} \leq \frac{ca}{4} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ (4)	
	Cộng về tương ứng của (2), (3), (4) ta được: $\frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ca}{b+1} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{ab+ca}{b+c} + \frac{ab+cb}{c+a} + \frac{cb+ca}{a+b} \right) = \frac{a+b+c}{4} = \frac{1}{4}$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.	0,25

