

TRƯỜNG THCS CAO XUÂN HUY

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG, LỚP 8
NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: Toán (Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. (5,0 điểm)

1. Chứng minh rằng $n(3n^2 + 2022)$ chia hết cho 9 với mọi số nguyên n
2. Xác định các hệ số a, b để đa thức $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 - 3x + 2$
3. Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn: $a + b = c + d$.
Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ là tổng của ba số chính phương

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 + 2y^2 + xy - 2xy^2 = x + y + 1$
2. Giải phương trình: $(x-2022)^3 + (x-2023)^3 = (2x - 4045)^3$

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{x^2 - 2x + 2022}{x^2}$$

2. Cho các số $x, y, z \geq 0$ và $x + y + z = 1$.

Chứng minh rằng: $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$

Bài 4. (6,0 điểm)

1. Cho hình vuông ABCD, trên tia đối của tia BA lấy M, trên tia đối của tia CB lấy N sao cho $AM = CN$
 - a) Chứng minh ΔMDN vuông cân
 - b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi K là trung điểm MN. Chứng minh O, C, K thẳng hàng.
2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB (D thuộc AB). Gọi I là trung điểm của AD, trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $BK = BH$. Chứng minh KD vuông góc với HI

- Bài 5.** (1,0 điểm) Cho x là số thực sao cho $x + \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}$, chứng minh với mọi số nguyên dương n thì

$$x^n + \frac{1}{x^n} \in \mathbb{Z}$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh: