

Bài 1. (3 điểm)

Giải các phương trình sau

a) $\frac{3}{2} \cdot \log_{\frac{1}{4}}(-x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(x+4)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(-x+6)^3.$

b) $9^{2x-x^2+1} + 4^{2x-x^2+1} = 34 \cdot 6^{2x-x^2}.$

Bài 2. (3 điểm)

a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ trên đoạn $[0;1]$.

b) Tìm tất cả các số thực m để phương trình

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 2m$$

có nghiệm trên đoạn $[0;1]$.

Bài 3. (3 điểm)

Cho hình lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$ có đáy là các tam giác vuông cân, $OA = OB = a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Tính diện tích thiết diện thu được khi cắt lăng trụ bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của OA và vuông góc với $A'B$.

Bài 4. (1 điểm)

Cho hàm số $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ có tính chất:

“Với mỗi hai số nguyên dương m và n , đều có $m | f(n)$ khi và chỉ khi $f(m) | n$.”

Chứng minh rằng

a) $f(1) = 1$ và $f(f(n)) = n$ với mỗi số nguyên dương n .

b) với mỗi số nguyên tố p , thì $f(p)$ cũng là một số nguyên tố.

-----HẾT-----

Chú ý.

- Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.