

Năm học: 2021 - 2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1: (2,5 điểm) Cho các biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-3}} + \frac{2x-6}{9-x}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2) Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

3) Đặt $P = AB$ Tìm x để $P \leq \frac{1}{2}$

Bài 2: (3 điểm) Cho hàm số $y = (m-1)x + 3$ (1) (m là tham số $m \neq 1$)

1. Vẽ đồ thị hàm số với $m = 3$.

2. Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 2x + 2m - 1$ tại một điểm nằm trên trục tung.

3. Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục Ox, Oy tạo thành tam giác cân.

Bài 3: (4 điểm)

1. Một cái thang dài 3m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo được với mặt đất một góc "an toàn" 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M cố định nằm ngoài đường tròn (O) . Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới (O) (A, B là các tiếp điểm). MO cắt AB tại H . Một đường thẳng d thay đổi đi qua M nhưng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm N, P (N nằm giữa M và P). Gọi I là trung điểm của NP .

a) Chứng minh bốn điểm M, A, I, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Qua B kẻ đường thẳng song song với MO và cắt đường tròn (O) tại D . Chứng minh $OH \cdot OM = R^2$ và AD là đường kính của (O) .

c) Tiếp tuyến của (O) tại N và P cắt nhau tại F . Chứng minh $\triangle MOM$ đồng dạng $\triangle HOF$ và điểm F chuyển động trên một đường thẳng cố định khi đường thẳng d quay quanh M mà vẫn thỏa mãn các yêu cầu đề bài.

Bài 4. (0,5 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x - x^2 + 1} = x^2 - x + 2$