

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 1 trang)

Câu 1. (3 điểm)

Cho $x > y > 0$ và $\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{10}{3}$

Tính giá trị của biểu thức: $\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}$

Câu 2. (3 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = x$

Câu 3. (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH và đường trung tuyến AM. Đường vuông góc với AM tại B cắt AC tại E. Biết AB = 8cm, AM = 10cm, tính độ dài đoạn thẳng CE và BE (tính chính xác, không làm tròn số)?

Câu 4. (3 điểm)

Cho 2 số thực a, b và $\sqrt{a+2022} + \sqrt{b+2023} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $(a+2022)\sqrt{a+2022} + (b+2023)\sqrt{b+2023} + \sqrt{(a+2022)(b+2023)}$

Câu 5. (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy 2 điểm M và N sao cho: $BH^2 = BM \cdot CN$. Gọi D là giao điểm của BN và HM.

a) Chứng minh: Các tam giác BHM, CNH, HNM đồng dạng.

b) Xác định vị trí các điểm M và N sao cho tổng $BM + CN$ nhỏ nhất.

c) Chứng minh: $MD^2 = MB \cdot MN - DB \cdot DN$.

Câu 6. (4 điểm)

a) Cho n là một hợp số, khi phân tích n ra thừa số nguyên tố thì chỉ chứa 2 thừa số nguyên tố khác nhau là n_1 và n_2 . Biết n^3 có tất cả 1978 ước, hỏi n^2 có tất cả bao nhiêu ước số?

b) Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho $A = n + 50$ là bội của $B = n^2 - 2022$.