

Họ

DẠNG 1: CĂN BẬC HAI - RÚT GON BIỂU THỨC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Bài 1: Thực hiện các phép tính sau:

1) $\frac{2}{3}\sqrt{36} - \frac{18}{5}\sqrt{\frac{25}{81}} + \sqrt{(-12)^2}$ 2) $(2\sqrt{50} + 6\sqrt{32} - \sqrt{162}) : \sqrt{2}$ 3) $(\sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2$
 4) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$ 6) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1} - \frac{3\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}+3} + \frac{2}{\sqrt{2}}$
 7) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{12}} - \sqrt{6-\sqrt{20}} + \frac{2}{\sqrt{5}-2}$ 8) $(3\sqrt{27} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - 4\sqrt{\frac{1}{3}}) \cdot 2\sqrt{3}$

Bài 2: Giải các PT sau

1) $\sqrt{4x^2-12x+9} = 25$ 2) $\sqrt{x^2-2x+4} = 2x-2$ 3) $\sqrt{x^2-5x+6} = \sqrt{x-2}$ 4) $x - 2\sqrt{x-4} = 4$
 5) $\sqrt{4x^2-20x+25} + 2x = 5$ 6) $\frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}+5$ 7) $\frac{\sqrt{3x-2}}{\sqrt{x-1}} = 2$ 8) $\frac{4}{5}\sqrt{25x+50} - 5\sqrt{x+2} + 6\sqrt{\frac{4x+8}{9}} - 12 = 0$

Bài 3: Cho $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$

1) Rút gọn biểu thức A. 2) Tìm GTLN của A. 3) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để A nhận giá trị nguyên

Bài 4: Cho biểu thức $A = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} + \frac{1-\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}}\right)$ với $a > 0, a \neq 1$

1) Rút gọn A 2) CMR: $A > 2 \forall a > 0, a \neq 1$ 3) Tìm a thỏa mãn $A\sqrt{a} = 6\sqrt{a} - \sqrt{a-4} - 3$

Bài 5: Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

1) Rút gọn A. 2) Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{4}$. 3) Tìm giá trị của x để $\sqrt{A} > A$.

Bài 6: Cho $A = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(1 - \frac{x-2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$; $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ $x > 0, x \neq 1$

1) Rút gọn A 2) Đặt $M = AB$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $M \in \mathbb{Z}$ 3) Tìm GTNN của A

4) Tìm x để $A = \frac{1}{3}$ 5) So sánh A với 1 6) Tìm x để $A < \frac{1}{2}$

Bài 7: Cho hai biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+4}{4-x} \text{ và } Q = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + 1 \text{ với } x \geq 0, x \neq 4$$

1) Tính giá trị của Q khi $x = 6 + \sqrt{32}$ 2) Rút gọn $A = P:Q$ 3) Tìm GTNN của biểu thức A

Bài 8: Cho hai biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}$

1) Rút gọn A với $x \geq 0, x \neq 1$ 2) $M = A \cdot B$. Tìm x nguyên để $M > \frac{4}{3}$

3) Tìm GTLN của biểu thức M

Bài 9: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a-1}} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-2}} - \frac{\sqrt{a+2}}{\sqrt{a-1}} \right)$$

1) Rút gọn A với ($a > 0, a \neq 1, a \neq 4$)

2) Tìm a để $A > \frac{1}{6}$

3) Tìm GTNN của A với a số nguyên

Bài 10: Cho hai biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

1) Rút gọn và tính giá trị biểu thức $P = A : B$ khi $x = \frac{1}{4}$

2) Tìm x để $A \leq 3B$

3) So sánh B với 1

4) Tìm x thỏa mãn $P\sqrt{x} + (2\sqrt{5}-1)\sqrt{x} = 3x - 2\sqrt{x-4} + 3$

Bài 11: Cho biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+1}}$ với $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của B khi $x = 4(\sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}})$

2) Rút gọn A và tính $M = A \cdot B$

3) Tìm GTNN của B

4) Với x nguyên và $x > 15$. Tìm GTNN của B

5) Tìm x thỏa mãn $M(\sqrt{x}+1) \geq 3\sqrt{x-4} + \frac{x}{4}$

6) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $\sqrt{M} < \frac{2}{3}$

Bài 12: Cho biểu thức

$$A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{x}{x-4} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \text{ với } x > 0, x \neq 4$$

1) Tính A khi $x = \frac{1}{4}$

2) Rút gọn B

3) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $P \cdot x \leq \frac{3}{2}(\sqrt{x}-1)$

DẠNG 2: HÀM SỐ BẬC NHẤT

Bài 1: Cho hàm số $y = 2x + 3$ (d)

1) Vẽ đồ thị hàm số đã cho trên mặt phẳng tọa độ Oxy

2) Trong các điểm $A(-2/3; 1)$, $B(-1/2; 2)$, $C(-3; 0)$ điểm nào thuộc đồ thị hàm số (d)? Vì sao?

3) Tìm tọa độ giao điểm của (d) với hàm số $d_1: y = -x + 1$

4) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d

5) Cho hàm số $y = (m-1)x + 2m - 3$ (d_2). Tìm m để (d_2) cắt (d) tại điểm có hoành độ bằng -1

Bài 2: Cho đường thẳng: $y = (1 - 4m)x + m - 2$ (d). Tìm giá trị của m để:

1) đường thẳng (d) đi qua gốc tọa độ

2) đường thẳng (d) tạo với trục Ox một góc nhọn? góc tù?

3) đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 0,5

4) đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5

Bài 3: Cho hàm số: $y = (m+1)x + m - 1$ (d) ($m \neq -1$; m là tham số).

1) Xác định m để đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm (7; 2).

2) Xác định m để đồ thị cắt đường $y = 3x - 4$ tại điểm có hoành độ bằng 2

3) Xác định m để đường thẳng d đồng quy với 2 đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$ và $d_2: y = -x - 8$

4) Tìm m để 3 điểm $A(2; -1)$, $B(1; 1)$ và $C(3; m+1)$ thẳng hàng

Bài 4: Vẽ đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = \frac{-1}{2}x + 2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ

1) Tính số đo góc tạo bởi hai đường thẳng trên với trục hoành.

2) Tìm tọa độ giao điểm A của hai đồ thị trên bằng phép tính

3) Vẽ qua điểm $B(0;2)$ một đường thẳng song song với trục Ox , cắt đường thẳng $y = x$ tại điểm C . Tìm tọa độ điểm C rồi tính diện tích tam giác ABC

Bài 5: Cho các hàm số : $y = x + 2$ (d_1), $y = -x + 3$ (d_2),

- 1) Vẽ đồ thị các hàm số đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- 2) Gọi giao điểm của đường thẳng (d_1) và (d_2) theo thứ tự là A . Giao điểm của (d_1), (d_2) với trục Ox lần lượt là B, C . Tìm tọa độ các điểm A, B, C
- 3) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

Bài 6: Viết phương trình của đường thẳng d thỏa mãn ĐK sau:

- 1) d đi qua điểm $M(4; -5)$ và có hệ số góc bằng -1
- 2) Có tung độ góc bằng 2 và song song với đường thẳng $y = -2x + 3$
- 3) Đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-2; 3)$.
- 4) d tạo với trục hoành một góc 60° và cắt đường thẳng $y = -x + 2$ tại điểm có hoành độ là 1
- 5) d đi qua điểm $B(-2; 0)$ và cắt đường thẳng $d_1: y = 4x - 1$ tại 1 điểm nằm trên trục tung.

Bài 7: Cho đường thẳng (d) $y = (m - 2)x + n$. Tìm các giá trị của m và n nếu :

- 1) đường thẳng (d) đi qua hai điểm $M(-1; 2)$ và $N(3; -4)$
- 2) đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1
- 3) đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; -2)$ và song song với đường thẳng $y = -1,5x + 0,5$
- 4) đường thẳng (d) trùng với đường thẳng $y = 2x - 3$

Bài 8: Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 3$ (d).

- 1) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = \frac{3}{2}$
- 2) Tính góc tạo bởi đường thẳng d với trục Ox
- 3) Tìm giá trị của m để (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ (d').
- 4) Tìm m để (d) cắt (d_1) $y = 2x - 3$ tại điểm có hoành độ bằng 1
- 5) Tìm m để (d) cắt (d_2) $y = 2x - 3$ tại điểm có tung độ bằng 1
- 6) Gọi hai điểm A, B lần lượt là giao điểm của (d) với trục Ox và Oy . Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng 3 (đvdt)
- 7) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến d là lớn nhất.

Bài 9: Cho đường thẳng $d: y = (2k - 1)x + k - 2$

- 1) Tìm k để đường thẳng d đi qua điểm $(-1; 5)$.
- 2) Tìm k để đường thẳng d song song với đường thẳng $2x + 3y - 5 = 0$.
- 3) Tìm k để đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $x + 2y = 0$.
- 4) CMR khi k thay đổi đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 10: Cho đường thẳng $d: y = (m + 1)x - 2m - 5$ (với m là tham số)

- 1) Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi m .
- 2) Tìm m để d cùng với $d_1: y = -2x$ và $d_2: y = 9 - 5x$ đồng quy
- 3) Tìm m để d vuông góc với đường thẳng $d_3: y = \frac{1}{4}x - \frac{2\sqrt{2}}{3}$
- 4) Tìm m để d cắt Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho $S_{AOB} = \frac{3}{2}$
- 5) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến d là lớn nhất.

DẠNG 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} (x-1)(y-2) - (x+1)(y-3) = 4 \\ (x-3)(y+1) - (x-3)(y-5) = 18 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ x + 20 = 2(y - 20) \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 4\sqrt{x+3} - 9\sqrt{y+1} = 2 \\ 5\sqrt{x+3} + 3\sqrt{y+1} = 31 \end{cases}$$

Bài 2. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ mx + y = 4 \end{cases}$$

- a) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất mà x và y trái dấu.
b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất mà $x = |y|$.

DANG 4: HÌNH HỌC

Bài 1: Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại A. Trên d lấy M, đường thẳng MB cắt (O) tại điểm thứ 2 là C. Tiếp tuyến của (O) tại C cắt d tại I. CMR:

- 1) Bốn điểm O, A, I, C thuộc một đường tròn.
- 2) I là trung điểm của AM.

3) $MB \cdot MC = OM^2 - \frac{AB^2}{4}$

- 4) Trọng tâm G của tam giác AOC luôn thuộc một đtròn cố định khi M thay đổi trên d

Bài 2: Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Lấy điểm M thuộc nửa đường tròn (O) sao cho góc $ABM < 45^\circ$, vẽ dây cung MN vuông góc với AB. Tia BM cắt NA tại P; Q là điểm đối xứng của P qua đường thẳng AB, gọi K là giao điểm của PQ với AB.

- 1) CMR: P, K, A, M cùng thuộc một đường tròn
- 2) CMR: ba điểm Q, N, B thẳng hàng và tam giác PKM cân
- 3) CMR: KM là tiếp tuyến của (O)
- 4) Xác định M trên (O) để tứ giác PKNM trở thành hình thoi.

Bài 3: Cho đtròn (O;R) đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, lấy P trên Ax ($AP > R$). Từ P kẻ tiếp tuyến PM với (O)

- 1) CMR: bốn điểm A, P, M, O cùng thuộc một đtròn
- 2) CMR: $BM \parallel OP$

3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt BM tại N. CM: Tứ giác OBNP là hb hàng

- 4) Giả sử AN cắt OP tại K, PM cắt ON tại I, PN cắt OM tại J. CMR: I, J, K thẳng hàng

Bài 4: Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Gọi M là điểm bất kì thuộc nửa đường tròn, H là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB. Vẽ đường tròn (M; MH). Kẻ các tiếp tuyến AC, BD với đường tròn tâm M (C và D là các tiếp điểm khác H).

- 1) CMR: C, M, D thẳng hàng
- 2) CMR: CD là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- 3) CMR: Khi M di chuyển trên nửa đường tròn (O) thì tổng $AC + BD$ không đổi
- 4) Giả sử CD và AB cắt nhau tại I. Chứng minh: $OH \cdot OI$ không đổi.

Bài 5: Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không có điểm chung sao cho khoảng cách từ O đến d không quá $2R$. Qua điểm M trên d, vẽ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d. Vẽ dây AB cắt OH ở K và cắt OM tại I. Tia OM cắt đường tròn (O) tại E..

- 1) CMR: bốn điểm A, O, B, M cùng thuộc một đường tròn
- 2) CMR: $OM \perp AB$ và $OK \cdot OH = R^2$
- 3) Tìm vị trí của M trên d để OAEB là hình thoi
- 4) Khi M di chuyển trên d, chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định

Bài 6. Cho (O; R). Từ điểm M nằm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến ME, MF đến (O) (E, F là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh 4 điểm M, E, O, F cùng thuộc một đường tròn.

- b) Đoạn OM cắt (O; R) tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF.
 c) Kẻ đường kính ED của (O; R). Hạ FK vuông góc với ED. Gọi P là giao của MD và FK. Chứng minh P là trung điểm của FK.

Bài 7: Cho đường tròn (O), đường kính AB = 2R, C là trung điểm của OA và dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ MB, H là giao điểm của AK và MN.

- 1) Chứng minh 4 điểm B, C, H, K cùng thuộc một đường tròn
- 2) Tính tích AH.AK theo R.
- 3) Xác định vị trí của điểm K để tổng (KM + KN + KB) đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 8: Cho (O) đường kính AB, điểm C nằm giữa A và O. Vẽ đường tròn (O') đường kính CB.

- 1) Hai đường tròn (O) và (O') có vị trí tương đối như thế nào đối với nhau?
- 2) Dây DE của (O) vuông góc AC tại trung điểm H của AC. Tứ giác ADCE là hình gì? Cm.
- 3) Gọi K là giao điểm của DB với đường tròn (O'). CMR: ba điểm E, C, K thẳng hàng
- 4) CMR: HK là tiếp tuyến của đường tròn (O')

Bài 9: Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài DE, D ∈ (O); E ∈ (O'). Kẻ tiếp tuyến chung trong tại A, cắt DE tại I. Gọi M là giao điểm của OI và AD, N là giao điểm của O'I và AE

- 1) Tứ giác AMIN là hình gì? Vì sao?
- 2) CMR: IM.IO = IN.IO'
- 3) CMR: O'O là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE
- 4) Tính độ dài DE biết OA = 5cm; O'A = 3,2cm

Bài 10: Cho đoạn thẳng AB, điểm C nằm giữa điểm A và B, vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn có đường kính theo thứ tự là AB, AC, CB. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn lớn tại D. DA, DB cắt các nửa đường tròn đường kính AC, CB theo thứ tự tại M, N.

- 1) Tứ giác DMCN là hình gì? Vì sao?
- 2) Chứng minh : DM.DA = DN.DB
- 3) Chứng minh : MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn đường kính AC và CB
- 4) Điểm C ở vị trí nào trên AB thì MN có độ dài lớn nhất ?

DANG 5: NANG CAO

Bài 1: Giải các phương trình sau

$$1) x^2 + 2015x - 2014 = 2\sqrt{2017x - 2016} . \quad 2) \frac{1}{(x-1)^2} + \sqrt{3x+1} = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x+2}$$

$$3) (\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(\sqrt{x^2+7x+10} + 1) = 3$$

Bài 2: Chứng minh $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{b+a}} > 2$, với a, b, c > 0

Bài 3: Cho a, b, c, d > 0. Biết $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} + \frac{d}{1+d} \leq 1$. Chứng minh $abcd \leq \frac{1}{81}$

Bài 4: Cho a, b > 0 thỏa mãn ĐK $a + 2b \geq 8$. Tìm GTNN của $P = 2a + 3b + \frac{4}{a} + \frac{9}{b}$

Bài 5: Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{xz} = 2$.

Tìm GTNN của $P = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{y+x}$

Bài 6: Tìm GTLN của biểu thức $M = \frac{y\sqrt{x-1} + x\sqrt{y-4}}{xy}$