PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **HUYỆN GIA LÂM**	**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 VÒNG 2** **NĂM HỌC 2022-2023** **MÔN: TOÁN**
ĐỀ CHÍNH THỨC	*Ngày thi 23 tháng 11 năm 2022* *Thời gian làm bài: 150 phút*

ĐỀ BÀI

Bài 1 (4 điểm):

1) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=3$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}\le 3\sqrt{2}.$$

2) Cho các số thực dương a,b,c,d. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{a^2+b^2}+\frac{b^3}{b^2+c^2}+\frac{c^3}{c^2+d^2}+\frac{d^3}{d^2+a^2}\ge\frac{a+b+c+d}{2}.$$

Bài 2 (4 điểm):

1) Cho $x=\sqrt[3]{8+\sqrt{37}}+\sqrt[3]{8-\sqrt{37}}$. Tính giá trị biểu thức: $T=\dfrac{x^4-x^3+14x^2-7x+16}{x^4+x^3+2x^2-25x-16}$.

2) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn:

$$x\left(x^{2023}+y^{2023}\right)=y\left(y^{2023}+z^{2023}\right)=z\left(z^{2023}+x^{2023}\right).$$

Chứng minh rằng: $x=y=z$.

Bài 3 (5 điểm):

1) Giải phương trình: $4(x+1)-(x+3)\sqrt{2x-1}$.

2) Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện: $x+y\ge 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T=\sqrt{19+x^2y^2}.\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)$.

Bài 4 (5 điểm):

Cho ΔABC ngoại tiếp (O) có AB = c, BC = a, CA = b. Gọi D, E, F là tiếp điểm của AB, BC, CA với (O). ED và EF cắt đường thẳng qua A song song với BC tại G và H.

1) Tính $\dfrac{DG}{DE}$ theo a, b, c.

2) Chứng minh: GF, HD và EO đồng quy.

3) Gọi EO cắt GH tại Q, chứng minh: tâm đường tròn nội tiếp ΔDFQ thuộc (O).

Bài 5 (2 điểm):

Cho ΔABC có AB = c, BC = a, CA = b và nửa chu vi là p. D là điểm trên cạnh BC sao cho bán kính hai đường tròn nội tiếp các tam giác ABD và ACD bằng nhau.

Chứng minh: $AD=\sqrt{p(p-a)}$.

---------------------------------*Hết*---------------------------------

(Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm)