

**Câu 1.** (6,0 điểm)

a. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $y = x + \sqrt{4 - x^2}$ .

b. Cho hàm số  $y = \frac{1}{2024}x^{2024} + \frac{2m}{2023}x^{2023} + \frac{m+2}{2022}x^{2022} + 1$  ( $m$  là tham số thực). Biện luận theo  $m$  số điểm cực trị của hàm số đã cho.

**Câu 2.** (6,0 điểm)

a. Giải phương trình  $\cos^6 x - \sin^6 x = \frac{13}{8} \cos^2 2x$ .

b. Cho phương trình  $m\sqrt{x^2 - 2x + 2} = x + 2$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

**Câu 3.** (4,0 điểm)

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ .

a. Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

b. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$ .

c. Gọi  $M$  là điểm nằm trên cạnh  $SA$  sao cho  $SM = x$  ( $0 < x < a\sqrt{3}$ ). Mặt phẳng  $(BCM)$  chia hình chóp thành hai phần có thể tích là  $V_1$  và  $V_2$  (trong đó  $V_1$  là thể tích của phần chứa đỉnh  $S$ ). Tìm  $x$  để  $V_2 = 2V_1$ .

**Câu 4.** (2,5 điểm)

Dãy số  $(u_n)$  cho bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = k \quad (k \in \mathbb{R}) \\ (n+1)^2 u_{n+1} - (n^2 + 3n)u_n = 2023 \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$$

a. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

b. Tìm  $k$  để dãy số  $(u_n)$  có giới hạn hữu hạn.

**Câu 5.** (1,5 điểm)

Tìm tất cả các hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thoả mãn:  $f(x^2 + y^2) = xf(x) + yf(y)$  với mọi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_

Họ và tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....