

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN : TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài : 90 phút

Bài I. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2}{5}\sqrt{75} + \sqrt{12} - \frac{4}{3}\sqrt{27}$.

2) Tìm x thoả mãn $5x - 3\sqrt{x} - 2 = 0$.

Bài II. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $P = \frac{x+1}{\sqrt{x}+3}$ và $Q = \frac{6-8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$.

2) Chứng minh $Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $P \leq 2Q$.

Bài III. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (m-2)x + 3$ với $m \neq 2$.

1) Trong trường hợp $m = 3$:

a) Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d).

2) Tìm m để đường thẳng (d) tạo với hai trục Ox và Oy một tam giác vuông cân.

Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một cây tre thẳng đứng bị gãy gập trong một cơn bão. Ngọn cây vừa chạm đất và cách gốc cây 4,5 m. Phần bị gãy tạo với phương thẳng đứng một góc 35° . Hỏi điểm gãy cách gốc cây bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

2) Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$ và AH là đường cao. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AH. Từ B kẻ tiếp tuyến BE đến đường tròn (A) với E là tiếp điểm và E không nằm trên BC.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, B, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $HK \perp AC$ tại K và đường thẳng HK cắt đường tròn (A) tại điểm F khác H.

Chứng minh CF là tiếp tuyến của đường tròn (A) và ba điểm E, A, F thẳng hàng.

c) Nối CE cắt đường tròn (A) tại điểm I khác E. Chứng minh $\widehat{IKC} = \widehat{AEC}$.



Bài V. (0,5 điểm)

Cho $a, b, c, d \geq 0$ và $a + b + c + d = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = ab + bc + cd$.

.....o0o.....

HẾT

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Bài I (2,0 điểm = 1,0 + 1,0)

1) $A = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$ 0,5 điểm

$A = 0.$ 0,5 điểm

2) Điều kiện : $x \geq 0.$

Phương trình $\Leftrightarrow 5x - 5\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2 = 0$ 0,25 điểm

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(5\sqrt{x} + 2) = 0$ 0,25 điểm

+) $\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (tm). 0,25 điểm

+) $5\sqrt{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = -\frac{2}{5}$ (loại). 0,25 điểm

Bài II. (2,0 điểm = 0,5 + 1,0 + 0,5)

1) Đối chiếu $x = 4$ (thoả mãn điều kiện). 0,25 điểm

Thay vào P được $P = \frac{4+1}{\sqrt{4+3}} = 1.$ 0,25 điểm

2) $Q = \frac{6-8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ 0,25 điểm

$Q = \frac{6-8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ 0,25 điểm

$Q = \frac{x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ 0,25 điểm

$Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \Rightarrow \text{đpcm.}$ 0,25 điểm

3) $P \leq 2Q \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+3} \leq 0.$ 0,25 điểm

Mà $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+3} \geq 0$ nên ta được $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+3} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (tm). 0,25 điểm

Bài III. (2,0 điểm = 0,75 + 0,75 + 0,5)

1) a) Khi $m = 3$ ta được (d) : $y = x + 3.$ 0,25 điểm

Kẻ bảng chọn 2 cặp $(x; y).$ 0,25 điểm

x	0	-3
y	3	0

Vẽ đúng và điền đủ các thông số. 0,25 điểm

b) Gọi A và B lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy.

Tính ra $OA = |x_A| = |-3| = 3; OB = |y_B| = |3| = 3.$ 0,25 điểm

Kẻ $OH \perp (d)$ tại H và khẳng định OH là khoảng cách từ O đến (d).

Tính ra $OH = \frac{3}{\sqrt{2}}.$ 0,25 điểm

Kết luận khoảng cách từ O đến (d) là $\frac{3}{\sqrt{2}}.$ 0,25 điểm

2) Gọi M và N lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy.

Tính ra $OM = \frac{3}{|m-2|}; ON = 3.$ 0,25 điểm

Lập luận $\triangle OMN$ vuông tại O nên để đường thẳng (d) tạo với hai trục Ox và Oy một tam giác vuông cân $\Leftrightarrow OM = ON \Leftrightarrow m = 3; m = 1$ (tm). 0,25 điểm

Bài IV. (3,5 điểm)

1) (0,5 điểm) Gọi A là vị trí gốc cây, B là ngọn cây chỗ chạm đất, C là thân cây chỗ bị gãy.
Do ngọn cây vừa chạm đất và cách gốc cây 4,5 m $\Rightarrow AB = 4,5$ m.

Do phần bị gãy tạo với phương thẳng đứng một góc $35^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 35^\circ$.

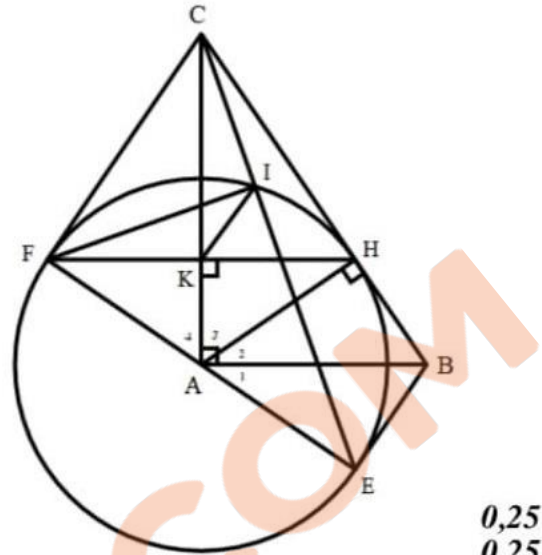
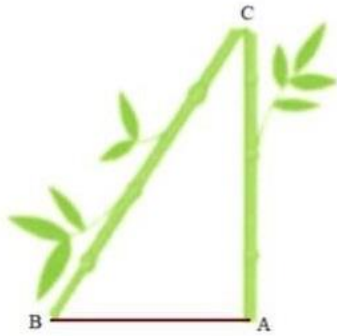
0,25 điểm

Xét ΔABC vuông tại A có $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = 4,5 : \tan 35^\circ \approx 6,43$ m.

Vậy điểm gãy cách gốc cây xấp xỉ 6,43 m.

0,25 điểm

2) (3,0 điểm = 1,5 + 1,0 + 0,5)



a) Vẽ hình đủ để giải câu a)

Giải thích ΔABE vuông tại E

$\Rightarrow A, B, E \in$ đường tròn đường kính AB.

Giải thích ΔABH vuông tại H

$\Rightarrow A, B, H \in$ đường tròn đường kính AB.

Suy ra bốn điểm A, E, B, H cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

b) Chỉ ra ΔAHF cân tại A, đường cao AK nên $\widehat{A_3} = \widehat{A_4}$.

Chứng minh $\Delta ACF = \Delta ACH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AFC} = \widehat{AHC} = 90^\circ \Rightarrow CF \perp AF$.

Mà F là điểm chung của CF và (A) nên CF là tiếp tuyến của (A)

Chứng minh $\Delta ABE = \Delta ABH$ (ch - cv) $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

Mà $\widehat{A_3} = \widehat{A_4} \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} + \widehat{A_4} = 2(\widehat{A_2} + \widehat{A_3}) = 180^\circ$.

Do đó ba điểm E, A, F thẳng hàng.

c) Chỉ ra EF là đường kính của (A) $\Rightarrow \widehat{EIF} = 90^\circ \Rightarrow FI \perp CE$

$\Rightarrow FI$ là đường cao của ΔCEF vuông tại F nên $CI \cdot CE = CF^2$.

ΔACF vuông tại F, đường cao FN nên $CK \cdot CA = CF^2$.

Suy ra $CK \cdot CA = CI \cdot CE$ hay $\frac{CK}{CE} = \frac{CI}{CA}$.

Do đó $\Delta CKI \sim \Delta CEA$ (c.g.c) nên $\widehat{IKC} = \widehat{AEC}$.

Bài V. (0,5 điểm)

* Nếu a là số lớn nhất trong các số a, b, c, d thì

$$T = ab + bc + cd \leq ab + ac + ad = a(b + c + d) \leq \left(\frac{a + b + c + d}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

* Nếu b hoặc c hoặc d lớn nhất thì tương tự, ta cũng được $T \leq \frac{1}{4}$.

Vậy $\text{Max} T = \frac{1}{4}$ khi chẳng hạn $a = b = \frac{1}{2}, c = d = 0$.

Chú ý : HS giả sử a hoặc b hoặc c hoặc d là số lớn nhất vẫn cho điểm tối đa.

.....o0o.....
HẾT