

Câu 1: (5,0 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}}$

b) Cho $x = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}}$. Tính: $P = (5x^2 - 6x)^{2022}$

c) Tìm các số a, b biết $f(x) = x^3 + ax + b$ chia hết cho $g(x) = x^2 + x - 6$

Câu 2: (5,0 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + y^2 = (y^2 + 1)^2$

b) Tìm các chữ số của số \overline{ab} sao cho $\frac{ab}{a-b}$ là số nguyên tố

c) Giải phương trình: $\sqrt{x^2(x-1)} + \sqrt{x^2(x-2)} = 2\sqrt{x^2(x-3)}$

Câu 3: (3,0 điểm)

a) Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn: $a+b+c = 1$

Chứng minh: $\sqrt{5a+4} + \sqrt{5b+4} + \sqrt{5c+4} \geq 7$

b) Cho $x \geq \frac{1}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = \sqrt{2x^2 + 5x + 2} + 2\sqrt{x + 3} - 2x$$

Câu 4: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn có hai đường trung tuyến BM và CN vuông góc với nhau tại G.

a) Tính tỉ số diện tích của tam giác AMN và tam giác ABC

b) Chứng minh $AB^2 + AC^2 = 5BC^2$

c) Chứng minh: $3(\cot B + \cot C) \geq 2$

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho 10 số nguyên dương 1; 2; 3;.....; 10. Sắp xếp 10 số đó một cách tùy ý thành một hàng. Cộng mỗi số với số thứ tự của nó trong hàng, ta được 10 tổng. Chứng minh rằng trong 10 tổng đó có ít nhất 2 tổng có chữ số tận cùng giống nhau.

----- Hết -----