

PHÒNG GD&ĐT DIỄN CHÂU
LIÊN TRƯỜNG THCS

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TRƯỜNG VÒNG I NĂM HỌC 2022-2023
Môn toán – lớp 9 – Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. (4.0 điểm)

1) Đa thức $f(x)$ khi chia cho $x - 5$ được số dư là 14 và khi chia cho $x + 1$ được số dư là 2. Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $x^2 - 4x - 5$

2) Cho x, y, z là ba số thỏa mãn: $xyz = 1$; và $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

Tính giá trị của biểu thức: $P = (x^{2022} - 1)(y^{2023} - 1)(z^{2024} - 1)$

Bài 2. (3.0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} + 4\sqrt{a} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)$.

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P tại $a = (\sqrt{3} - 1)\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

Bài 3. (5.0 điểm)

1) Giải các phương trình: a) $\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} - \sqrt{x - 1} = 1$

b) $\sqrt{x^2 + 12} + 5 = 3x + \sqrt{x^2 + 5}$

2) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 + x + 3 = y^2$

Bài 4. (2.0 điểm) Cho các số a, b, c thỏa mãn $1 \geq a, b, c \geq 0$.

Chứng minh rằng: $a^{2021} + b^{2022} + c^{2023} - ab - bc - ca \leq 1$.

Bài 5. (4.0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng: $EF = BC \cdot \cos A$

b) Gọi I là trung điểm của AH, M là trung điểm của BC, K là giao điểm của EF và IM. Chứng minh rằng: $AH^2 = 4 \cdot IK \cdot IM$

Bài 6. (2.0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$), trọng tâm G. Qua G vẽ đường thẳng d cắt các cạnh AB, AC thứ tự ở D và E. Chứng minh rằng, khi đường thẳng d thay đổi (cắt các cạnh AB, AC) thì tổng $\frac{AB}{AD} + \frac{AC}{AE}$ có giá trị không đổi.

-----Hết-----