

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 02/10/2022

Câu 1 (2,0 điểm). Giải phương trình $x+1+\sqrt{x^2-4x+1}=3\sqrt{x}$.

Câu 2 (4,0 điểm). Cho dãy số (x_n) xác định bởi :

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = \frac{(2 + \cos 2\alpha)x_n + \cos^2 \alpha}{(2 - 2\cos 2\alpha)x_n + 2 - \cos 2\alpha}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Đặt $s_n = \frac{1}{2x_1+1} + \frac{1}{2x_2+1} + \dots + \frac{1}{2x_n+1}$.

Tìm α để dãy số (s_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Câu 3 (2,0 điểm). Hộp thứ nhất có 10 sản phẩm trong đó có 8 sản phẩm tốt và 2 sản phẩm xấu. Hộp thứ hai có 8 sản phẩm trong đó có 5 sản phẩm tốt và 3 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 2 sản phẩm. Tính xác suất để lấy được ít nhất 3 sản phẩm tốt.

Câu 4 (5,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC ($AC > BC$) có các đường cao AH và BK ($H \in BC, K \in AC$). Trên đường tròn (O) đường kính AB , về phía trong tam giác ABC , lấy điểm D thay đổi. Các đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD và BCD lần lượt cắt lại đường thẳng AB ở E, F . Giả sử AH cắt CE, CF lần lượt ở M, Q và BK cắt CE, CF lần lượt ở P, N .

a) Chứng minh rằng các điểm P, Q, D thẳng hàng.

b) Chứng minh tam giác CPQ vuông.

c) Gọi T là giao điểm của CD và MN . Chứng minh rằng điểm T luôn thuộc một đường tròn cố định khi điểm D di động.

Câu 5 (4,0 điểm). Cho hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn: $f(xf(y)-1) + f(xy) = 2xy - 1, \forall x, y \in \mathbb{R}$ (*).

a) Chứng minh rằng f là đơn ánh.

b) Tìm tất cả các hàm số f thỏa (*).

Câu 6 (3,0 điểm). Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		3		1	
				2		0
						$+\infty$

Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $g(x) = (f(x))^3 - 3(f(x))^2$.

----- HẾT -----