

Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm 01 trang)
Ngày thi: 01/10/2022

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (2,0 điểm)

a) Rút gọn $P = (3 + 2\sqrt{3})\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} - \sqrt[3]{15\sqrt{3} - 26}$.

b) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 2$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{9a + 6\sqrt{ab} + b} - \sqrt{\frac{(2\sqrt{a} + \sqrt{bc})(2\sqrt{b} + \sqrt{ca})}{2\sqrt{c} + \sqrt{ab}}} = 2\sqrt{a}.$$

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $2x^2 + 6x + 5 = (2x + 5)(\sqrt{x^2 + 3x + 4} - 1)$

b) Cho đa thức $P(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ và đa thức $Q(x) = x^3 - 5x^2 + 10x - 10$. Biết $x = a$ là một nghiệm của $P(x)$ và $x = b$ là một nghiệm của $Q(x)$ chứng minh rằng $a + b = 1$.

Câu 3: (2,0 điểm)

a) Cho ba số tự nhiên a, b, c thỏa mãn đồng thời hai điều kiện: $a - b$ là số nguyên tố và $3c^2 = c(a + b) + ab$. Chứng minh rằng: $8c + 1$ là số chính phương.

b) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^4 + 2x^3 - 10x^2 - 10x - 3 = y^2$.

Câu 4: (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC nhọn các đường cao BE, CF cắt nhau ở H.

a) Trên đoạn BE, CF lần lượt lấy điểm M, N sao cho $\widehat{AMC} = 90^\circ$ và $AM = AN$. Chứng minh $\widehat{ANB} = 90^\circ$.

b) Chứng minh $\frac{AH}{BC} + \frac{BH}{AC} + \frac{CH}{AB} \geq \sqrt{3}$.

2) Cho tam giác ABC có trung tuyến AD, đường cao BH, phân giác CE đồng quy và $BC = a, AC = b, AB = c$. Chứng minh rằng $(a + b)(a^2 + b^2 - c^2) = 2ab^2$.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho a, b, c, x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz = ax + by + cz$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x + y + z}{\sqrt{3}} \geq \frac{\sqrt{(4a + b + c)(b + c)} + \sqrt{(4b + c + a)(c + a)} + \sqrt{(4c + a + b)(a + b)}}{2\sqrt{(a + b + c)}}$$

-----Hết-----

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị số 1 Giám thị số 2