

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 23/9/2022

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian phát đề)

**Bài 1. (6,0 điểm)**

a) Cho  $x^2 - 2y^2 = xy$  ( $y \neq 0; x + y \neq 0$ ). Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{x - y}{x + y}.$$

b) Cho ba số  $x, y, z$  thỏa mãn  $xyz = 1$  và  $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ .

Chứng minh rằng trong ba số  $x, y, z$  có một số bằng 1.

**Bài 2. (2,0 điểm)**

Cho hai số  $a \neq 0$  và  $b \neq 0$ . Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 4 \geq 3 \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right).$$

**Bài 3. (2,0 điểm)**

Chứng minh rằng nếu  $n + 1$  và  $2n + 1$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) đều là số chính phương thì  $n$  chia hết cho 24.

**Bài 4. (2,0 điểm)**

Hai đội bóng bàn  $A$  và  $B$  của hai trường trung học cơ sở thi đấu giao hữu. Biết rằng mỗi đấu thủ của đội  $A$  phải lần lượt gặp đấu thủ của đội  $B$  một lần và số trận đấu gấp đôi tổng số đấu thủ của hai đội. Tính số đấu thủ của mỗi đội.

**Bài 5. (6,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ ;  $D$  là điểm trên cạnh  $AB$ .

a) Lấy điểm  $E$  trên cạnh  $AC$  sao cho  $AD = CE$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $DE$ ,  $K$  là giao điểm của  $AI$  và  $BC$ . Chứng minh  $ADKE$  là hình bình hành.

b) Trên cạnh  $BC$  ta lấy điểm  $P$  sao cho hình chiếu vuông góc của  $DP$  lên  $BC$  bằng nửa  $BC$ . Chứng minh đường thẳng vuông góc với  $DP$  tại  $P$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 6. (2,0 điểm)**

Giả sử mỗi điểm trong mặt phẳng được tô bằng một trong hai màu trắng hoặc đen. Chứng minh tồn tại một hình chữ nhật có đỉnh cùng màu.

HẾT