

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Bài 1.(4 điểm) Dãy số thực $(u_n)_{n=1,2,\dots}$ thỏa mãn: với mọi $n \geq 1$ thì $(2 - u_n)u_{n+1} = 1$. Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn hữu hạn và hãy xác định giới hạn này.

Bài 2.(4 điểm) Cho $f(x)$ là một đa thức bậc 100, với các hệ số nguyên, trong đó hệ số cao nhất bằng 1. Hỏi $f(x)$ có nhiều nhất là bao nhiêu nghiệm nằm trong khoảng $(0;1)$?

Bài 3.(4 điểm) Hai đường tròn ω và γ có bán kính lần lượt là R_1 và R_2 ($R_1 < R_2$), tiếp xúc trong với nhau tại điểm B . Dây cung AC của γ tiếp xúc với ω tại L . Các đoạn thẳng AB và BC cắt lại ω tương ứng tại M và N . Gọi M_1 và N_1 tương ứng là điểm đối xứng của M và N qua đường thẳng BL ; gọi M_2, N_2 tương ứng là điểm đối xứng của M và N qua đường thẳng AC . Các đường thẳng M_1M_2 và N_1N_2 cắt nhau tại K .

1) Chứng minh rằng BL là phân giác góc ABC .

2) Chứng minh rằng BK vuông góc với AC .

Bài 4.(4 điểm) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương k , tồn tại số nguyên dương n để $n^n + 2023$ chia hết cho 2^k .

Bài 5.(4 điểm) Cho các số nguyên dương m, n sao cho m là một số lẻ và n không chia hết cho 3. Chứng minh rằng bảng $m \times n$ không thể được phủ kín bằng cách sử dụng các hình vuông 2×2 và 3×3 .

———— HẾT ————

- Thi sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.