
Câu 1 (5,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{81}{4}abc$.

Câu 2 (5,0 điểm). Cho $P(x)$ là một đa thức có hệ số thực, khác đa thức không, thỏa mãn $(x-1)P(x+1) = (x+2)P(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $[P(22)]^2 = P(23)$. Tìm đa thức $P(x)$.

Câu 3 (5,0 điểm). Cho A là một tập hữu hạn sao cho tồn tại dãy số (a_n) lấy giá trị trong A thỏa mãn tính chất: với mọi $i, j \in \mathbb{N}^*$ sao cho $|i-j|$ là số nguyên tố thì $a_i \neq a_j$ (ta quy ước số hạng đầu tiên của dãy số là a_1). Tìm số phần tử ít nhất có thể của tập hợp A ?

Câu 4 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) . BC là dây cung cố định không đi qua O và A là điểm thay đổi trên cung lớn BC của (O) sao cho ABC là tam giác nhọn và $AB > BC, AC > BC$. Gọi P là điểm trên đoạn thẳng AB , Q là điểm trên đoạn thẳng AC sao cho $P \neq B, C \neq Q$ và $BQ = BC = CP$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ . Chứng minh rằng khi A di động thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

-----HẾT-----