

**Câu 1 (2,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức:  $A = \left( \frac{6x+4}{3x\sqrt{3x}+8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x-2\sqrt{3x}+4} \right) \cdot \left( \frac{1-3x\sqrt{3x}}{1-\sqrt{3x}} + \sqrt{3x} \right) : (\sqrt{3x}+1)$

với  $x \geq 0; x \neq \frac{1}{9}$

2. Cho biết  $x = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{3}-2} - \frac{3}{2(\sqrt{3}+1)}}$ . Tính giá trị của  $A = \frac{2x^3 - 2x^2 - 5x + 12}{2x(x+1)}$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

1. Tìm các giá trị không âm của x biết:  $(3x-2)(x+1)^2(3x+8) = -16$

2. Giải phương trình sau:  $\sqrt{24+8\sqrt{9-x^2}} - 5x = x^2 + 2\sqrt{3-x} + 8$

**Câu 3 (2,0 điểm)**

1. Cho a, b, c là những số nguyên dương thỏa mãn:  $\left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ .

Chứng minh rằng  $a^3 + b^3 + c^3$  là hợp số.

2. Giải phương trình nghiệm nguyên:  $x^2 + 5y^2 - 4xy + 2y - 3 = 0$

**Câu 4 (3,0 điểm)**

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D là trung điểm AH, BD cắt AC tại E. Kẻ HK song song với AE (K thuộc BE)

a) Chứng minh  $\cos^2 B = \frac{EA}{EC}$

b) Gọi M là điểm đối xứng của A qua B, N thuộc tia đối của tia HA sao cho  $HN = 2HA$ . Gọi P là trung điểm của HN. Chứng minh MN vuông góc NC.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ), các đường phân giác trong và ngoài tại đỉnh A của tam giác cắt BC lần lượt tại M, N. Chứng minh

$$\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} > \frac{1}{AB^2}$$

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho các số nguyên dương a, b thỏa mãn:  $(a - \sqrt{2021})(b + \sqrt{2021}) = 4$

và 3 số thực dương x; y; z sao cho  $xyz = 1$ .

Chứng minh rằng  $\frac{1}{x^3(y+z)} + \frac{1}{y^3(x+z)} + \frac{1}{z^3(y+x)} \geq \frac{a+b}{60}$

----- Hết -----

**Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay khi làm bài.**