

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Cho biểu thức $P = \frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} + \frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$, với $x > 0, x \neq 1$.

Rút gọn P và tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

b) Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{4(x+1)x^{2022} - 2x^{2021} + 2x + 1}{2x^2 + 3x}$ tại $x = \sqrt{\frac{1}{2\sqrt{3}-2} - \frac{3}{2\sqrt{3}+2}}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - 3x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4 + x^2 + 1} = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x^2}{(y+1)^2} + \frac{y^2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2} \\ 3xy = x + y + 1 \end{cases}$

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Cho a, b là các số nguyên thỏa mãn $2a^2 + 3ab + 2b^2$ chia hết cho 7.

Chứng minh rằng $a^2 - b^2$ chia hết cho 7.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $5x^2 + 5y^2 + 6xy - 20x - 20y + 24 = 0$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính BC , A là điểm chuyển động trên đường tròn $(O; R)$. H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên BC . Gọi $(Q; r)$; $(I; r_1)$; $(K; r_2)$ là các đường tròn nội tiếp tam giác ABC ; tam giác AHB , tam giác AHC . Đường thẳng KI cắt AB và AC lần lượt tại M và N .

a) Chứng minh rằng tam giác AMN vuông cân.

b) Tính $r + r_1 + r_2$ theo R trong trường hợp H là trung điểm của OB .

c) Gọi E là giao điểm AI và BC , F là giao điểm của AK và BC . Xác định vị trí của A để diện tích tam giác AEF đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{a+b}{(a+b)^3 + abc}} + \sqrt{\frac{b+c}{(b+c)^3 + abc}} + \sqrt{\frac{c+a}{(c+a)^3 + abc}}$$

----- HẾT -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Phòng thi:

Cán bộ coi thi số 1: Cán bộ coi thi số 2: