

**BÀI KIỂM TRA ĐỘI DỰ TUYỂN NĂM 2022****TRƯỜNG CHUYÊN HV****Môn: Toán****Thời gian làm bài: 180 phút****Đề thi gồm có 01 trang****Ngày thi: 05/08/2022****Ngày thi thứ nhất**

BÀI 1 (5,0 điểm). Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 + y - x + xy \\ 7xy + y - x = 7. \end{cases}$$

BÀI 2 (5,0 điểm).

① Tìm tất cả các bộ số nguyên tố  $(p; q)$  thỏa mãn

$$p^3 - q^5 = (p + q)^2.$$

② Cho số nguyên tố  $p$  và số nguyên  $n > 1$  thỏa mãn:  $p - 1$  chia hết cho  $n$  và  $n^3 - 1$  chia hết cho  $p$ . Chứng minh  $4p - 3$  là số chính phương.

BÀI 3 (5,0 điểm). Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB < AC$ , nội tiếp đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ ;  $EF$  cắt  $BC$  tại  $P$ . Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $BC$  và  $I$  là giao điểm của  $HK$  và  $EF$ . Gọi  $J$  là điểm nằm trên tia  $OK$  sao cho  $\overline{OK} \cdot \overline{OJ} = R^2$ .

a) Chứng minh rằng  $ID \perp OP$ .

b) Chứng minh  $I, J, D$  thẳng hàng.

BÀI 4 (5,0 điểm). Hãy xác định tất cả các hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa mãn điều kiện

$$f(f(x-y)) = f(x)f(y) - f(x) + f(y) - xy, \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

—Hết.—

**Học sinh không sử dụng tài liệu khi làm bài.**

# BÀI KIỂM TRA ĐỘI DỰ TUYỂN NĂM 2022

TRƯỜNG CHUYÊN HV

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 05/08/2022

Đề thi gồm có 01 trang

Ngày thi thứ hai

BÀI 1 (4,0 điểm). Cho dãy số  $(x_n)$  thỏa mãn: 
$$\begin{cases} x_1 = 3, x_2 = 7 \\ x_{n+2} = x_{n+1}^2 - x_n^2 + x_n, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

Đặt  $y_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k}$ . Chứng minh dãy  $(y_n)$  có giới hạn và tìm giới hạn đó.

BÀI 2 (5,0 điểm). Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 1$ . Chứng minh rằng

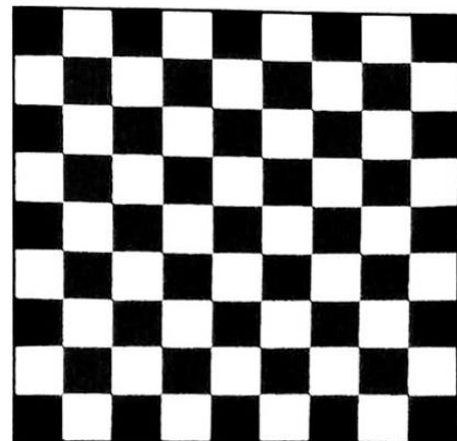
$$(a^2 + 2b^2 + 3)(b^2 + 2c^2 + 3)(c^2 + 2a^2 + 3) \geq 64.$$

BÀI 3 (7,0 điểm). Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ ;  $B, C$  cố định và  $A$  di động trên đường tròn  $(O)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

- Gọi  $P$  là giao điểm của  $FD$  và  $BE$ ;  $Q$  là giao điểm của  $FC$  và  $DE$ ;  $K$  là hình chiếu của  $D$  lên  $PQ$ . Chứng minh rằng  $\widehat{BKD} = \widehat{DKC}$ .
- Kẻ đường kính  $AL$  của đường tròn  $(O)$ ; tia  $LH$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $T$ . Gọi  $M$  là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $TEB$  và  $EF$  ( $M \neq E$ );  $N$  là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $TFC$  và  $EF$  ( $N \neq F$ ). Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác  $TMN$  luôn đi qua một điểm cố định.

BÀI 4 (4,0 điểm).

Cho bàn cờ  $9 \times 9$  như hình vẽ bên. Có bao nhiêu cách xếp 8 quân xe vào bàn cờ sao cho cả 8 quân xe đều nằm trên các ô cùng màu và không có hai quân xe nào nằm cùng hàng hoặc cùng cột.



—Hết.—

Học sinh không sử dụng tài liệu khi làm bài.