

CHỦ ĐỀ QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

▪ Quy tắc cộng

Một công việc T được hoàn thành bởi cách thức khác nhau.

- Cách thức 1 có m cách hoàn thành.
- Cách thức 2 có n cách hoàn thành (không trùng lặp với cách nào ở trên)
- Cách thức 3 có p cách hoàn thành (không trùng lặp với cách nào ở trên)

...

Khi đó, để hoàn thành công việc T sẽ có $m + n + p$ cách.

Đây được gọi là Quy Tắc Cộng.

▪ Quy tắc nhân

Một công việc T được hoàn thành bởi nhiều công đoạn liên tiếp.

- Công đoạn 1 có m_1 cách hoàn thành.
- Công đoạn 2 có m_2 cách hoàn thành.
- Công đoạn 3 có m_3 cách hoàn thành.

...

Khi đó, để hoàn thành công việc T sẽ có $m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \dots$ cách.

Đây được gọi là Quy Tắc Nhân.

II. HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B ?

- A. 20. B. 300. C. 18. D. 15.

Lời giải

- Nếu đi bằng ô tô có 10 cách.
- Nếu đi bằng tàu hỏa có 5 cách.
- Nếu đi bằng tàu thủy có 3 cách.
- Nếu đi bằng máy bay có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $10 + 5 + 3 + 2 = 20$ cách chọn. **Chọn A.**

Ví dụ 2. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20.

B. 3360.

C. 31.

D. 30.

Lời giải

- Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 7 + 10 + 6 = 31$ cách chọn. **Chọn C.**

Ví dụ 3. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 24.

Lời giải

- Từ A \longrightarrow B có 4 cách.
- Từ B \longrightarrow C có 2 cách.
- Từ C \longrightarrow D có 3 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 3 = 24$ cách. **Chọn D.**

Ví dụ 4. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



A. 1296.

B. 784.

C. 576.

D. 324.

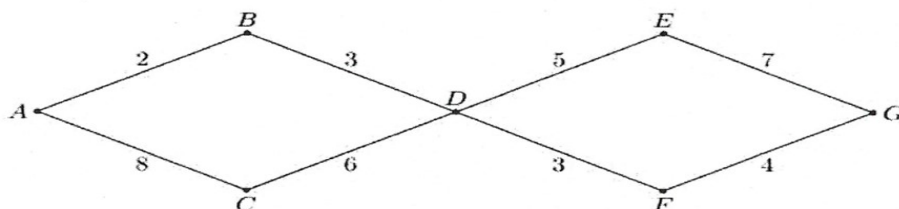
Lời giải

Từ kết quả câu trên, ta có:

- Từ A \longrightarrow D có 24 cách.
- Tương tự, từ D \longrightarrow A có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 24 = 576$ cách. **Chọn C.**

Ví dụ 5. Một mạng đường giao thông nối các tỉnh A, B, C, D, E, F và G như hình vẽ, sau đó trong đó chữ số 2 viết trên cạnh AB có nghĩa là có 2 con đường nối A và B, ... Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến G?



Lời giải

Để đi từ A tới G ta cần đi qua D

• **Bước 1:** Đi từ A đến D

Nếu đi từ $A \rightarrow B \rightarrow D$ có $2.3 = 6$ cách, còn nếu đi $A \rightarrow C \rightarrow D$ có $8.6 = 48$ cách.

Vậy đi từ $A \rightarrow D$ có $6 + 48 = 54$ cách.

• **Bước 2:** Đi từ $D \rightarrow E$ tương tự có $5.7 + 3.4 = 47$ cách.

Theo quy tắc nhân có $54.47 = 2538$ cách.

Ví dụ 6. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680.

B. 12!.

C. 35831808.

D. 7!.

Lời giải

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

• Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.

• Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.

• Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.

• Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.

• Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.

• Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.

• Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách. **Chọn A.**

Ví dụ 7. Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;\dots;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;\dots;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000.

B. 234000.

C. 75.

D. 2600000.

Lời giải

Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

• Có 26 cách chọn a_1 .

• Có 9 cách chọn 1, 2, 3, 4, 5, 6

• Có 10 cách chọn a_3

• Có 10 cách chọn a_4

• Có 10 cách chọn a_5

• Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26.9.10.10.10.10 = 2340000$ biển số xe. **Chọn A.**

Ví dụ 8. Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160.

B. 240.

C. 180.

D. 120.

Lời giải

Ta có $253125000 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m \times 3^n \times 5^p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{N}$ sao cho $0 \leq m \leq 3; 0 \leq n \leq 4; 0 \leq p \leq 8$.

• Có 4 cách chọn m .

\overline{abcd} có 5 cách chọn n .

• Có 9 cách chọn p .

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \cdot 5 \cdot 9 = 180$ ước số tự nhiên. **Chọn C.**

Ví dụ 9. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A. 324.

B. 256.

C. 248.

D. 124.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcd} với $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

- a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- d được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ số cần tìm. **Chọn B.**

Ví dụ 10. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 36.

B. 24.

C. 20.

D. 14.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcd} với $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số khác nhau nên:

- a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{a\}$ (có 3 phần tử) nên có 3 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{a, b\}$ (có 2 phần tử) nên có 2 cách chọn.
- d được chọn từ tập $A \setminus \{a, b, c\}$ (có 1 phần tử) nên có 1 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ số cần tìm. **Chọn B.**

Ví dụ 11. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99.

B. 50.

C. 20.

D. 10.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng \overline{ab} với $(a, b) \in A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ và $a \neq 0$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 5 phần tử) nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4.5 = 20$ số cần tìm. **Chọn C.**

Ví dụ 12. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. B. 62. C. 54. D. 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng \overline{ab} với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6.6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100. **Chọn D.**

Ví dụ 13. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. B. 145. C. 144. D. 155.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcd} với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì \overline{abcd} là số lẻ $\Rightarrow d = \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3.4.4.3 = 144$ số cần tìm. **Chọn C.**

Ví dụ 14. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcd} với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì \overline{abcd} là số chẵn $\Rightarrow d = \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.

- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5.4.3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d = \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2.4.4.3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm. **Chọn A.**

Ví dụ 15. Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa:

a) gồm 6 chữ số.

b) gồm 6 chữ số khác nhau.

Lời giải

a) Gọi số có 6 chữ số: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

Ta có: mỗi số từ $a_1 \rightarrow a_6$ đều có 6 cách chọn nên số số tự nhiên là $6.6.6.6.6.6 = 6^6$

b) Gọi số có 6 chữ số: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

Do 6 chữ số khác nhau nên:

- a_1 có 6 cách chọn
- a_2 có 5 cách chọn.
- a_3 có 4 cách chọn.
- a_4 có 3 cách chọn.
- a_5 có 2 cách chọn.
- a_6 có 1 cách chọn.

\Rightarrow số số tự nhiên là $1.2.3.4.5.6 = 6!$

Ví dụ 16.

a) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

b) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số?

c) Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều là số chẵn?

d) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?

e) Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số và chia hết cho 5?

Lời giải

a) Gọi số có 5 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Mỗi chữ số đều có 5 cách chọn nên số số tự nhiên lập được là $5^5 = 3125$.

b) Gọi số có 3 chữ số là: $\overline{a_1a_2a_3}$.

Do các chữ số không nhất thiết phân biệt và là số chẵn nên

- a_1 có 6 cách chọn

▪ a_2 có 7 cách chọn

▪ a_3 có 4 cách chọn

\Rightarrow số số tự nhiên thỏa mãn là $6 \cdot 7 \cdot 4 = 168$

c) Gọi số tự nhiên là $\overline{a_1 a_2}$.

Do cả 2 chữ số đều chẵn và không cần phân biệt nên:

▪ a_1 có 4 cách chọn (là 2, 4, 6, 8)

▪ a_2 có 5 cách chọn (là 0, 2, 4, 6, 8)

\Rightarrow có $4 \cdot 5 = 20$ cách chọn

d) Gọi số có 5 chữ số là: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$.

Do các chữ số cách đều chữ số đứng giữa giống nhau nên ta viết lại số đó là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_2 a_1}$

Các chữ số không cần phân biệt nên:

▪ a_1 có 9 cách chọn (từ 1 đến 9)

▪ a_2 và a_3 có 10 cách chọn (từ 0 đến 9)

\Rightarrow số số tự nhiên là: $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

e) Gọi số có 6 chữ số là: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

Do chia hết cho 5 nên:

▪ a_1 có 9 cách chọn (từ 1 đến 9)

▪ $a_2 \rightarrow a_5$ có 10 cách chọn (từ 0 đến 9)

▪ a_6 có 2 cách chọn (là 0 và 5)

\Rightarrow số số tự nhiên là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 180000$.

Ví dụ 17. Với 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số:

a) Gồm 2 chữ số?

b) Gồm 2 chữ số khác nhau?

c) Số lẻ gồm 2 chữ số?

d) Số chẵn gồm 2 chữ số khác nhau?

Lời giải

a) Gọi số có 2 chữ số là: $\overline{a_1 a_2} \Rightarrow$ số số tự nhiên lập được là $5 \cdot 5 = 25$.

b) Gọi số có 2 chữ số là: $\overline{a_1 a_2}$.

Do 2 chữ số khác nhau nên:

▪ a_1 có 5 cách chọn

▪ a_2 có 4 cách chọn \Rightarrow số số tự nhiên lập được là $5 \cdot 4 = 20$.

c) Gọi số có 2 chữ số là $\overline{a_1 a_2}$.

Do đây là số lẻ nên

- a_1 có 5 cách chọn
- a_2 có 3 cách chọn (là 1, 3 và 5) \Rightarrow số số tự nhiên lập được là $3.5 = 15$.

d) Gọi số có 2 chữ số là $\overline{a_1a_2}$.

Do là số chẵn và các chữ số phân biệt nên

- a_2 có 2 cách chọn (là 2 và 4)
- a_1 có 4 cách chọn \Rightarrow số số tự nhiên thỏa mãn là $2.4 = 8$.

Ví dụ 18. Từ các chữ số: 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số:

- Khác nhau?
- Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lớn hơn 300?
- Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số chẵn?
- Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số chia hết cho 5?
- Khác nhau, trong đó có bao nhiêu số lẻ?

Lời giải

Gọi số có 3 chữ số là: $\overline{a_1a_2a_3}$

a) 3 chữ số trên khác nhau nên:

- a_1 có 5 cách chọn (các số khác 0)
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách chọn

\Rightarrow số số tự nhiên thỏa mãn là: $5.5.4 = 100$

b) 3 chữ số trên khác nhau và lớn hơn 300 nên:

- a_1 có 3 cách chọn (là 3, 4 hoặc 5)
- a_2 có 5 cách chọn
- a_3 có 4 cách chọn

\Rightarrow số số tự nhiên thỏa mãn là: $3.5.4 = 60$

c) 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 nên:

TH1:

- $a_3 = 0$.
- a_1 có 5 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn

Nên số số tự nhiên thỏa mãn trong TH này là $4.5 = 20$

TH2:

- $a_3 = 5$
- a_1 có 4 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn

Nên số số tự nhiên trong TH này là $4.4 = 16$

Vậy tổng số số tự nhiên thỏa mãn là $16 + 20 = 36$.

d) 3 chữ số trên khác nhau và là số chẵn nên: $a_3 \in \{0; 2; 4\}$

TH1:

- $a_3 = 0$
- a_1 có 5 cách chọn.
- a_2 có 4 cách chọn.

\Rightarrow có $4.5 = 20$ số thỏa mãn

TH2:

- $a_3 = 2$ hoặc $a_3 = 4 \Rightarrow$ có 2 cách chọn
- a_1 có 4 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn

\Rightarrow có $2.4.4 = 32$ số thỏa mãn

Vậy tổng cộng có $20 + 32 = 52$ số thỏa mãn.

e) 3 chữ số trên khác nhau và là số lẻ nên:

- a_3 có 3 cách chọn (1, 3 và 5)
- a_1 có 4 cách chọn
- a_2 có 4 cách chọn

Nên số số tự nhiên thỏa mãn là $3.4.4 = 48$

Ví dụ 19.

- a) Từ các chữ số: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số lẻ có 3 chữ số khác nhau nhỏ hơn 400?
b) Từ các chữ số: 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau nằm trong khoảng (300,500).

Lời giải

a) Gọi số có 3 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3}$

Do 3 chữ số phân biệt lẻ và nhỏ hơn 400 nên: $a_1 \in \{1; 2; 3\}$ và $a_3 \in \{1; 3; 5\}$

TH1:

- $a_3 = 1$ hoặc $a_3 = 3 \Rightarrow a_3$ có 2 cách chọn
- a_1 có 2 cách chọn.
- a_2 có 5 cách chọn. \Rightarrow có $2.2.5 = 20$ số thỏa mãn.

TH2:

- $a_3 = 5$
- a_1 có 3 cách chọn.
- a_2 có 5 cách chọn. \Rightarrow có $3.5 = 15$ số thỏa mãn.

Vậy tổng cộng có $20 + 15 = 35$ số tự nhiên thỏa mãn.

b) Gọi số có 3 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3}$.

Do 3 chữ số phân biệt và nằm trong khoảng $(300; 500)$ nên $a_1 \in \{3; 4\} \Rightarrow$ có 2 cách chọn a_1 .

- a_2 có 4 cách chọn
- a_3 có 3 cách chọn

Nên số số tự nhiên thỏa mãn là: $2.4.3 = 24$

Vậy có 24 số tự nhiên thỏa mãn.

Ví dụ 20. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số phân biệt không bắt đầu bởi 123.

Lời giải

Gọi số cần tìm là \overline{abcde}

- Vì số cần tìm là số chẵn nên e có 4 sự lựa chọn, d sẽ có 7 sự lựa chọn, c sẽ có 6 sự lựa chọn, b sẽ có 5 sự lựa chọn, a sẽ có 4 sự lựa chọn.

Do đó, từ 8 số đã cho ta lập được $4.7.6.5.4 = 3360$ số chẵn

- Số các số chẵn có 5 chữ số bắt đầu bởi 123:

Khi đó, e sẽ còn 3 sự lựa chọn, d có: $8 - 3 - 1 = 4$ sự lựa chọn nên sẽ có $3.4 = 12$ số chẵn

\Rightarrow Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được $3360 - 12 = 3348$ số chẵn gồm 5 chữ số phân biệt không bắt đầu bởi 123.

Ví dụ 21. Có bao nhiêu số lẻ gồm 6 chữ số phân biệt nhỏ hơn 600000.

Lời giải

Gọi số cần tìm là \overline{abcdef} ($a \neq 0, a \leq 5$)

- **TH1:** a là số lẻ

Khi đó a có 3 cách chọn (1, 3, 5), f có 4 cách chọn, b có 8 cách, c có 7 cách, d có 6 cách, e có 5 cách

\Rightarrow có: $3.4.8.7.6.5 = 20160$

- **TH2:** a là số chẵn

Khi đó a có 2 cách chọn (2, 4), f có 5 cách, b có 8 cách, c có 7 cách, d có 6 cách, e có 5 cách

\Rightarrow có: $2.5.8.7.6.5 = 16800$

Vậy có $20160 + 16800 = 36960$ số lẻ gồm 6 chữ số phân biệt nhỏ hơn 600000.

Ví dụ 22. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt nhỏ hơn 45000.

Lời giải

Gọi số cần tìm là \overline{abcde} (với $a \leq 4$)

- **TH1:** $a = 4$

Khi đó, b sẽ có 3 cách chọn (1, 2, 3); c có 3 cách chọn, d có 2 cách chọn

\Rightarrow có: $1.3.3.2.1 = 18$ số thỏa mãn

- **TH2:** $a < 4$

Khi đó, a có 3 cách chọn, b có 4 cách chọn, c có 3 cách chọn, d có 2 cách chọn, e có 1 cách chọn

\Rightarrow có: $3.4.3.2.1 = 72$

Vậy có: $72 + 18 = 90$ số có thể lập được từ 1, 2, 3, 4, 5 số gồm 5 chữ số phân biệt nhỏ hơn 45000.

Ví dụ 23. Từ các chữ số 1, 2, 5, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số phân biệt nhỏ hơn 278.

Lời giải

Gọi số cần tìm là \overline{abc} ($a \leq 2$)

▪ **TH1:** $a = 2$

+) Nếu $b = 7$, c có 2 cách chọn

+) Nếu $b \neq 7$ thì b sẽ có 2 cách chọn (1, 5), c có $5 - 1 - 1 = 3$

\Rightarrow có $1.2.3 + 2 = 8$

▪ **TH2:** $a = 1$

Khi đó, b sẽ có 4 cách chọn (2, 5, 7, 8), c có 3 cách chọn

\Rightarrow có: $1.4.3 = 12$

Vậy từ các chữ số 1, 2, 5, 7, 8 có thể lập được $12 + 8 = 20$ số gồm 3 chữ số phân biệt nhỏ hơn 278.

Ví dụ 24. Cho tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Có bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số phân biệt thuộc X và lớn hơn 4300.

Lời giải

Gọi số cần tìm là \overline{abcd} ($a \geq 4$)

+) **TH1:** $a = 4$

• Nếu $b = 3$ thì d có 2 cách chọn (2, 6), c có 3 cách chọn

• Nếu $b = 6$ thì d có 1 cách chọn (2), c có $6 - 1 - 1 - 1 = 3$ cách chọn

• Nếu $b = 5$ thì d có 2 cách chọn (2, 6), c có $6 - 1 - 1 - 1 = 3$ cách chọn

\Rightarrow có $1.1.2.3 + 1.1.1.3 + 1.1.2.3 = 15$

+) **TH2:** $a = 5$

Khi đó, d có 3 cách chọn (2, 4, 6), c có 4 cách chọn, b có 3 cách chọn

\Rightarrow có: $1.3.4.3 = 36$

+) **TH3:** $a = 6$

Khi đó, d có 2 cách chọn (2, 4), c có 4 cách chọn, b có 3 cách chọn

\Rightarrow có: $1.2.4.3 = 24$

Vậy có $15 + 36 + 24 = 75$ số chẵn gồm 4 chữ số phân biệt thuộc X và lớn hơn 4300.

Ví dụ 25. Có bao nhiêu số chẵn gồm 3 chữ số phân biệt nhỏ hơn 547.

Lời giải

Gọi số có 3 chữ số phân biệt là $\overline{a_1 a_2 a_3}$ được lập từ dãy số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Do là số chẵn và nhỏ hơn 547 nên:

TH1: $a_1 \in \{1;3\} \Rightarrow a_1$ có 2 cách chọn suy ra:

- $a_3 \in \{0;2;4;6;8\} \Rightarrow a_3$ có 5 cách chọn
- a_2 có 8 cách chọn \Rightarrow có $2.5.8 = 80$ số

TH2: $a_1 \in \{2;4\} \Rightarrow a_1$ có 2 cách chọn suy ra

- $a_3 \in \{0;6;8\} \Rightarrow a_3$ có 3 cách chọn
- a_2 có 8 cách chọn \Rightarrow có $2.3.8 = 48$ số

TH3: $a_1 = 5$

+) Nếu $a_2 < 4 \Rightarrow a_2 \in \{0,1,2,3\} \Rightarrow a_2$ có 4 cách chọn

a_3 có 8 cách chọn \Rightarrow có $4.8 = 32$ số

+) Nếu $a_2 = 4 \Rightarrow a_3 \in \{0;1;2;3;6\} \Rightarrow a_3$ có 5 cách chọn \Rightarrow có 5 số

Vậy tổng cộng có $80 + 48 + 32 + 5 = 165$ số.

Ví dụ 26. Cho tập hợp A gồm các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số đôi một khác nhau?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

c) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số đôi một khác nhau và các số này chia hết cho 5?

Lời giải

a) Số có 6 chữ số có dạng \overline{abcdef} ($a \neq 0$) và $\{a, b, c, d, e, f\} \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Có 9 cách chọn $a \neq 0$, khi đó có lần lượt 9, 8, 7, 6, 5 cách chọn các số b, c, d, e, f

Vậy có $9.9.8.7.6.5 = 136080$ số.

b) Số cần lập có dạng $B = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ vì $B:2$ nên $a_7:2$

TH1: Nếu $a_7 = 0$ thì có $9.8.7.6.5.4 = 60480$ cách lập số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

TH2: Nếu $a_7 \in \{2;4;6;8\}$ có 4 cách chọn, do $a_1 \neq 0 \Rightarrow a_1$ có 8 cách chọn, khi đó $\overline{a_2a_3a_4a_5a_6}$ có $8.7.6.5.4 = 6720$ cách chọn. Vậy có $4.8.6720 = 215040$ số

Theo quy tắc cộng có $215040 + 60480 = 275520$ số.

c) Số cần lập có dạng $B = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ vì $B:5$ nên $a_7 \in \{0;5\}$

TH1: Nếu $a_7 = 0$ thì có $9.8.7.6.5.4 = 60480$ cách lập số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

TH2: Nếu $a_7 = 5$ có 1 cách chọn, do $a_1 \neq 0 \Rightarrow a_1$ có 8 cách chọn, khi đó $\overline{a_2a_3a_4a_5a_6}$ có $8.7.6.5.4 = 6720$ cách chọn. Vậy có $8.6720 = 53760$ số

Theo quy tắc cộng có $53760 + 60480 = 114240$ số.

Ví dụ 27. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$.

a) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 5 và chữ số 2 luôn có mặt

đúng một lần?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3?

c) Tính tổng các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà các số này không có chữ số 0.

Lời giải

a) Xét các số có 5 chữ số và chia hết cho 5 có dạng \overline{abcde} trong đó $e = \{0; 5\}$

TH1: $e = 0 \Rightarrow$ có $5.4.3.2 = 120$ số.

TH2: $e = 5 \Rightarrow$ có $4.4.3.2 = 96$ số.

Vậy có $120 + 96 = 216$ số chia hết cho 5.

Xét các số có 5 chữ số chia hết cho 5 và không chứa số 2.

TH1: $e = 0 \Rightarrow$ có $4.3.2.1 = 24$ số.

TH2: $e = 5 \Rightarrow$ có $3.3.2.1 = 18$ số.

Vậy có $24 + 18 = 42$ số chia hết cho 5 và không chứa chữ số 2.

Suy ra có $216 - 42 = 174$ số thỏa mãn yêu cầu.

b) Số cần lập là

$$\overline{abc}:3 \Rightarrow (a, b, c) = \{(0; 1; 2); (0; 1; 5); (0; 2; 4); (0; 4; 5); (1; 2; 3); (1; 3; 5); (2; 3; 4); (3; 4; 5)\}$$

Các bộ $(0; 1; 2); (0; 1; 5); (0; 2; 4); (0; 4; 5)$ mỗi bộ có $2.2.1 = 4$ số nên 4 bộ này có 16 số.

Các bộ $(1; 2; 3); (1; 3; 5); (2; 3; 4); (3; 4; 5)$ mỗi bộ có 6 số nên 4 bộ này có $6.4 = 24$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $16 + 24 = 40$ số.

c) Có $5! = 120$ số có 5 chữ số được lập từ bộ $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

Số 1 xuất hiện ở hàng đơn vị $1.4! = 24$ lần, tương tự số 1 xuất hiện ở hàng chục nghìn, nghìn, trăm, hàng chục 24 lần, các chữ số cũng hoàn toàn tương tự do đó tổng các số được lập là:

$$S = 24(10000 + 1000 + 100 + 10 + 1) \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 3999960.$$

Ví dụ 28. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$.

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số không chứa cùng một chữ số ba lần?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 3?

c) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 5?

d) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số bắt đầu bằng chữ số lẻ và các chữ số đôi một khác nhau?

e) Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số có đúng hai chữ số 7?

Lời giải

a) Số các số có 3 chữ số là $9.10.10 = 900$ số, có 9 số là 111, 222, 333, 444, ..., 999 có 3 chữ số chứa cùng 1 số. Do đó có $900 - 9 = 891$ thỏa mãn.

b) Gọi A là số tự nhiên có 3 chữ số và chia hết cho 3 thì
$$\begin{cases} 100 \leq A \leq 999 \\ A = 3k (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Leftrightarrow 100 \leq 3k \leq 999$$

$\Leftrightarrow \frac{100}{3} \leq k \leq 333 \Rightarrow k = \{34; 35; \dots; 333\}$ nên có 300 giá trị của k . Vậy có 300 số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 3.

c) Gọi A là số tự nhiên có 3 chữ số và chia hết cho 5 thì $\begin{cases} 100 \leq A \leq 999 \\ A = 5k (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Leftrightarrow 100 \leq 5k \leq 999$
 $\Leftrightarrow 20 \leq k \leq \frac{999}{5} \Rightarrow k = \{20; 21; \dots; 199\}$ nên có 180 giá trị của k . Vậy có 180 số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 5.

d) Số 3 chữ số cần lập thỏa mãn yêu cầu có dạng \overline{abc}

Khi đó $a = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ có 5 cách chọn a và b, c lần lượt có 9 và 8 cách chọn.

Vậy có $5.9.8 = 360$ số.

e) Giả sử số 3 chữ số chứa 2 số 7 và 1 số a .

TH1: Nếu $a = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$ thì mỗi số có 3 số là $77a, 7a7, a77$ nên trường hợp này có $9.3 = 27$ số.

TH2: Nếu $a = \{0\}$ có 2 số là 770 và 707.

Vậy theo quy tắc cộng có $27 + 2 = 29$ số.

Ví dụ 29. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và là số lẻ?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số không chứa cùng một chữ số hai lần?

c) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số kết thúc bằng chữ số chẵn?

d) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau, bắt đầu bằng chữ số lẻ, kết thúc bằng chữ số chẵn?

Lời giải

Gọi số có 4 chữ số có dạng \overline{abcd}

a) Số có dạng $A = \overline{abcd}$

Vì A là số lẻ nên $d = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ có 5 cách chọn, khi đó a có 8 cách chọn, b, c lần lượt có 8 và 7 cách chọn. Vậy theo quy tắc nhân có $5.8.8.7 = 2240$ số.

b) Số tự nhiên có bốn chữ số không chứa cùng một chữ số hai lần tức là chứa 4 chữ số phân biệt nên có $9.9.8.7 = 4536$ số.

c) Chọn $d = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ có 5 cách chọn, chọn $a \neq 0$ có 9 cách chọn, chọn b, c có 10 cách chọn. Do đó theo quy tắc nhân có $5.9.10.10 = 4500$ số.

d) Chọn $a = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ có 5 cách chọn, chọn $d = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ có 5 cách chọn, khi đó b, c lần lượt có 8 và 7 cách chọn. Vậy theo quy tắc nhân có $5.5.8.7 = 1400$ số.

Ví dụ 30. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

a) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 1 luôn có mặt và là số lẻ?

b) Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số bắt đầu là chữ số lẻ, chữ số kết thúc là chữ số chẵn?

Lời giải

a) Xét các số lẻ có 4 chữ số được lập từ 6 số trên có dạng \overline{abcd} ($a \neq 0$)

Chọn $d = \{1; 3; 5\}$ có 3 cách, chọn a có 5 cách, chọn b, c lần lượt có 5 và 4 cách.

Do đó có $3.5.5.4 = 300$ số.

Xét các số lẻ có 4 chữ số được lập từ 6 số trên không chứa số 1.

Chọn $d = \{3; 5\}$ có 2 cách, chọn a có 4 cách, chọn b, c lần lượt có 4 và 3 cách.

Do đó có $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy có $300 - 96 = 204$ số thỏa mãn.

b) Số cần lập có dạng \overline{abcde}

Khi đó $a = \{1; 3; 5\}$ có 3 cách chọn, chọn $e = \{0; 2; 4; 6\}$ có 4 cách chọn, các số b, c, d lần lượt có 5, 4 và 3 cách chọn. Theo quy tắc nhân có $3.4.5.4.3 = 720$ số.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

- A. 480. B. 24. C. 48. D. 60.

Câu 2. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

- A. 45. B. 280. C. 325. D. 605.

Câu 3. Trong một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

- A. 31. B. 9. C. 53. D. 682.

Câu 4. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

- A. 9. B. 5. C. 4. D. 1.

Câu 5. Hồng muốn qua nhà Hoa để cùng Hoa đến chơi nhà Bình. Từ nhà Hồng đến nhà Hoa có 3 con đường đi, từ nhà Hoa tới nhà Bình có 2 con đường đi. Hỏi Hồng có bao nhiêu con đường đi đến nhà Bình?

- A. 5. B. 6. C. 2. D. 4.

Câu 6. Từ A đến B có 3 cách, từ B đến C có 5 cách, từ C đến D có 2 cách. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A ?

- A. 900. B. 90. C. 60. D. 30.

Câu 7. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

- A. 13. B. 72. C. 12. D. 30.

Câu 8. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

- A. 4. B. 7. C. 12. D. 16.

Câu 9. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

- A. 13. B. 12. C. 18. D. 216.

Câu 10. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

- A. 24. B. 48. C. 480. D. 60.

Câu 11. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả 3 màu?

- A. 240. B. 210. C. 18. D. 120.

Câu 12. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 25. B. 75. C. 100. D. 15.

Câu 13. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

- A. 910000. B. 91000. C. 910. D. 625.

Câu 14. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em là:

- A. 12. B. 220. C. 60. D. 3.

Câu 15. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

- A. 100. B. 91. C. 10. D. 90.

Câu 16. Bạn Anh muốn qua nhà bạn Bình để rủ bạn Bình đến nhà bạn Châu chơi. Từ nhà Anh đến nhà Bình có 3 con đường. Từ nhà Bình tới nhà Châu có 5 con đường. Hỏi bạn Anh có bao nhiêu cách chọn con đường đi từ nhà mình đến nhà bạn Châu?

- A. 6. B. 15. C. 4. D. 8.

Câu 17. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau?

- A. 150. B. 180. C. 60. D. 120.

Câu 18. Nhân mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

- A. 624. B. 48. C. 600. D. 26.

Câu 19. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

- A. 99. B. 50. C. 20. D. 10.

Câu 20. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

- A. 36. B. 62. C. 54. D. 42.

Câu 21. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 154 B. 145 C. 144 D. 155.

Câu 22. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Câu 23. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau.

- A. 136080. B. 136800. C. 1360800. D. 138060.

Câu 24. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 120. B. 75. C. 69. D. 54.

Câu 25. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 2520. B. 5000. C. 4500. D. 2296.

Câu 26. Từ các chữ số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

- A. 120. B. 216. C. 312. D. 360.

Câu 27. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số?

- A. 105. B. 210. C. 84. D. 168.

Câu 28. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau sao cho tích ba chữ số đó là một số chẵn?

- A. 236 số. B. 444 số. C. 324 số. D. 420 số.

Câu 29. Có bao nhiêu số tự nhiên ba chữ số đôi một khác nhau mà tổng chữ số đầu và cuối bằng 10?

- A. 80. B. 64. C. 120. D. 72.

Câu 30. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

- A. 210. B. 105. C. 168. D. 145.

Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng \overline{abc} với $a, b, c \in \{0, 1, \dots, 6\}$ sao cho $a < b < c$?

- A. 20. B. 40. C. 30. D. 120.

Câu 32. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số trong đó các chữ số ở vị trí cách đều chữ số đứng chính giữa thì giống nhau?

- A. 7290 số. B. 9000 số. C. 8100 số. D. 6561 số.

Câu 33. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1?

- A. 2802. B. 65. C. 2520. D. 2280.

Câu 34. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 2?

- A. 8232. B. 1230. C. 1260. D. 2880.

Câu 35. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3?

- A. 108 số. B. 228 số. C. 36 số. D. 144 số.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 13?

- A. 6923. B. 9632. C. 9623. D. 6932.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1- B	2- D	3- C	4- A	5- B	6- A	7- B	8- C	9- D	10- C
11- B	12- B	13- A	14- C	15- D	16- B	17- B	18- A	19- C	20- D
21- C	22- A	23- A	24- D	25- D	26- C	27- A	28- D	29- B	30- B
31- D	32- B	33- D	34- C	35- A	36- A				

Câu 1: Có 8 cách để chọn 1 cây bút chì, 6 cách để chọn 1 cây bút bi và 10 cách để chọn 1 cuốn tập. Theo quy tắc cộng số cách để chọn 1 trong số các đồ vật trên là $8 + 6 + 10 = 24$ cách.

Chọn B.

Câu 2: Có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ

Theo quy tắc cộng, để chọn 1 học sinh đi dạ hội có $280 + 325 = 605$ cách. **Chọn D.**

Câu 3: Lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến.

Để chọn một học sinh tiên tiến đi dự trại hè (hoặc lớp 11A hoặc lớp 12B) ta áp dụng quy tắc cộng có $31 + 22 = 53$ cách. **Chọn C.**

Câu 4: Chọn áo sơ mi cỡ 39 có 5 cách chọn màu

Chọn áo sơ mi cỡ 40 có 4 cách chọn màu

Theo quy tắc cộng có $4 + 5 = 9$ cách chọn. **Chọn A.**

Câu 5: Số con đường để Hồng đến nhà Bình là $3 \times 2 = 6$. **Chọn B.**

Câu 6: Từ $A \longrightarrow D$ có $3 \times 5 \times 2 = 30$ cách

Từ $D \longrightarrow A$ có $2 \times 5 \times 3 = 30$ cách

Vậy có tất cả $30 \times 30 = 900$ cách đi từ $A \rightarrow D \rightarrow A$. **Chọn A.**

Câu 7: Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì người đó thực hiện 3 thao tác.

- **Bước 1:** Chọn 1 cái quần có 4 cách chọn.

- **Bước 2:** Chọn 1 cái áo có 6 cách chọn.

- **Bước 3:** Chọn 1 cái cà vạt có 3 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $4.6.3 = 72$ cách. **Chọn B.**

Câu 8: Để chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây ta thực hiện hai bước

- **Bước 1:** Chọn kiểu mặt có 3 cách chọn.

- **Bước 2:** Chọn kiểu dây có 4 cách chọn.

Do đó áp dụng quy tắc nhân có $3.4 = 12$ cách chọn. **Chọn C.**

Câu 9: Chọn hộp bút đỏ có 12 cách, chọn hộp bút xanh có 18 cách.

Áp dụng quy tắc nhân suy ra số cách chọn đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là $12.18 = 216$ cách. **Chọn D.**

Câu 10: Để chọn đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập ta áp dụng quy tắc nhân có: $8.6.10 = 480$ cách. **Chọn C.**

Câu 11: Để chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu ta cần thực hiện 3 bước: Chọn 1 hoa hồng trắng, 1 hoa hồng đỏ và 1 hoa hồng vàng.

Theo quy tắc nhân có $5.6.7 = 210$ cách. **Chọn B.**

Câu 12: Để chọn thực đơn người đó cần thực hiện 3 bước là chọn một món ăn, chọn quả tráng miệng và chọn 1 cốc nước uống.

Áp dụng quy tắc nhân có: $5.5.3 = 75$ cách. **Chọn B.**

Câu 13: Khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ

Để chọn đồng thời một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố ta áp dụng quy tắc nhân có: $280.325 = 910000$ cách. **Chọn A.**

Câu 14: Có 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10.

Chọn đồng thời 3 học sinh trong đó mỗi khối có một em ta áp dụng quy tắc nhân có: $5.4.3 = 60$ cách.

Chọn C.

Câu 15: Chọn một người đàn ông trong số 10 người đàn ông có 10 cách chọn

Chọn một người phụ nữ lên phát biểu có 9 cách chọn (vì 2 người không là vợ chồng)

Áp dụng quy tắc nhân có $10.9 = 90$ cách. **Chọn D.**

Câu 16: Có 3 cách chọn đường để đi từ nhà Anh đến nhà Bình

Có 5 cách chọn đường để đi từ nhà Bình đến nhà Châu

Theo quy tắc nhân có $3.5 = 15$ cách đi từ nhà Anh đến nhà Châu. **Chọn B.**

Câu 17: Ta xét các trường hợp:

TH1: 3 quả cầu có cùng màu xanh có: $3.4.5 = 60$ cách.

TH2: 3 quả cầu có cùng màu đỏ có: $4.3.5 = 60$ cách.

TH3: 3 quả cầu có cùng màu trắng có: $5.6.2 = 60$ cách.

Theo quy tắc cộng có $60 + 60 + 60 = 180$ cách để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

Chọn B.

Câu 18: Chọn một chữ cái có 24 cách chọn, sau đó chọn phần 2 là số nguyên dương nhỏ hơn 26 có 25 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $24.26 = 624$ cách để ghi các nhãn ghé. **Chọn A.**

Câu 19: Số có 2 chữ số có dạng \overline{ab}

Chọn số b là số chẵn có 5 cách chọn là các số $\{0; 2; 4; 6; 8\}$

Chọn số a có 4 cách chọn vì $a \neq 0$

Theo quy tắc nhân có $5.4 = 20$ số mà các chữ số đều là số chẵn. **Chọn C.**

Câu 20: Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Lập số tự nhiên có 1 chữ số có 6 số.

TH2: Lập số tự nhiên có 2 chữ số có dạng \overline{ab}

Chọn số a và b đều có 6 cách chọn nên theo quy tắc nhân có $6.6 = 36$ số.

Vậy theo quy tắc cộng có $6 + 36 = 42$ số. **Chọn D.**

Câu 21: Số có 4 chữ số có dạng \overline{abcd}

Số được lập là số lẻ nên d lẻ suy ra $d = \{1; 3; 5\}$ có 3 cách chọn.

Số $a \neq 0$ và khác d có 4 cách chọn, khi đó các số b, c lần lượt có 4 và 3 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $3.4.4.3 = 144$ số. **Chọn C.**

Câu 22: Số có 4 chữ số có dạng \overline{abcd}

TH1: Với $d = 0$ thì a, b, c lần lượt có 5, 4 và 3 cách chọn

Do đó theo quy tắc nhân có $5.4.3 = 60$ số.

TH2: Với $d = \{2; 4\}$ có 2 cách chọn thì a khác 0 và khác d nên a có 4 cách chọn, khi đó các số b, c lần lượt có 4 cách chọn và 3 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy có tổng cộng $60 + 96 = 156$ số. **Chọn A.**

Câu 23: Số có 6 chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$

Số $a_1 \neq 0$ có 9 cách chọn, khi đó các số $a_2, a_3, a_4, \dots, a_6$ có lần lượt 9, 8, 7, 6, 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có: $9.9.8.7.6.5 = 136080$ số. **Chọn A.**

Câu 24: Gọi số có 4 chữ số khác nhau là \overline{abcd}

Với $a, b, c, d \in \{0; 1; 2; 3; 5\} \longrightarrow$ có $4.4.3.2 = 96$ số

Xét các số \overline{abcd} chia hết cho 5 $\longrightarrow d = \{0; 5\}$

TH1. Với $d = 0 \Rightarrow a$ có 4 cách chọn, b có 3 cách chọn, c có 2 cách chọn

\longrightarrow có $4.3.2.1 = 24$ số

TH2. Với $d = 5 \Rightarrow a$ có 3 cách chọn, b có 3 cách chọn, c có 2 cách chọn

\longrightarrow có $3.3.2.1 = 18$ số. Do đó có $24 + 18 = 42$ số chia hết cho 5

Vậy có tất cả $96 - 42 = 54$ số không chia hết cho 5. **Chọn D.**

Câu 25: Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcd} với $d \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$

TH1. Với $d = 0$, ta có a có 9 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn

\longrightarrow có $9.8.7 = 504$ số

TH2. Với $d = \{2; 4; 6; 8\} \Rightarrow d$ có 5 cách chọn, a có 8 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn

\longrightarrow có $8.8.7.4 = 1792$ số. Vậy có tất cả $504 + 1792 = 2296$ số cần tìm. **Chọn D.**

Câu 26: Gọi số cần tìm có dạng \overline{abcde} với $e \in \{0; 2; 8\}$

TH1. Với $e = 0 \Rightarrow a$ có 5 cách chọn, b có 4 cách chọn, c có 3 cách chọn, d có 2 cách chọn

\longrightarrow có $5.4.3.2 = 120$ số

TH2. Với $e = \{2; 8\} \Rightarrow e$ có 2 cách chọn, a có 4 cách chọn, b có 4 cách chọn, c có 3 cách chọn, d có 2 cách chọn

\longrightarrow có $4.4.3.2.2 = 192$ số.

Vậy có tất cả $120 + 192 = 312$ số cần tìm. **Chọn C.**

Câu 27: Gọi số cần tìm có dạng \overline{abc} với $c \in \{0; 2; 4; 6\}$

TH1. Với $c = 0$, ta có a có 6 cách chọn, b có 5 cách chọn \longrightarrow có $6.5.1 = 30$ số

TH2. Với $c = \{2; 4; 6\} \Rightarrow c$ có 3 cách chọn, a có 5 cách chọn, b có 5 cách chọn \longrightarrow có $5.5.3 = 75$ số.

Vậy có tất cả $30 + 75 = 105$ số cần tìm. **Chọn A.**

Câu 28: Gọi số cần tìm có dạng \overline{abc} với $a.b.c:2$

TH1. a chẵn, b chẵn và c lẻ

$\Rightarrow a$ có 4 cách chọn, b có 3 cách chọn, c có 5 cách chọn

\longrightarrow có $4.3.5 = 60$ số cần tìm.

TH2. a chẵn, b lẻ và c lẻ

$\Rightarrow a$ có 4 cách chọn, b có 5 cách chọn, c có 4 cách chọn

\longrightarrow có $4.5.4 = 80$ số cần tìm.

TH3. a chẵn, b lẻ và c chẵn (tương tự **TH1**)

TH4. a lẻ, b chẵn và c chẵn (tương tự **TH1**)

TH5. a lẻ, b chẵn và c lẻ (tương tự **TH2**)

TH6. a lẻ, b lẻ và c chẵn (tương tự **TH2**)

Vậy có tất cả $60.3 + 80.3 = 420$ số cần tìm. **Chọn D.**

Câu 29: Gọi số cần tìm có dạng \overline{abc} . Theo bài ra, ta có: $a + c = 10$

Do đó cặp $(a; c)$ là các cặp $(1; 9), (2; 8), (3; 7), (4; 6)$

Với mỗi cặp tương ứng thì b có 8 cách chọn và a, c thay đổi vị trí cho nhau

Vậy có tất cả $2.4.8 = 64$ số cần tìm. **Chọn B.**

Câu 30: Gọi số cần tìm có dạng \overline{abc} với $c \in \{0; 2; 4; 6\}$

TH1. Với $c = 0$, ta có a có 6 cách chọn, b có 5 cách chọn \longrightarrow có $6.5.1 = 30$ số

TH2. Với $c = \{2; 4; 6\} \Rightarrow c$ có 3 cách chọn, a có 5 cách chọn, b có 5 cách chọn \longrightarrow có $5.5.3 = 75$ số.

Vậy có tất cả $30 + 75 = 105$ số cần tìm. **Chọn B.**

Câu 31: Do $a < b < c$ và $a \neq 0$ nên với mỗi cách chọn 3 số trong 6 số từ 1 đến 6 ta được một số có 3 chữ số dạng \overline{abc} thỏa mãn $a < b < c$.

Số cách chọn 3 số từ 6 số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ là $6.5.4 = 120$ cách. **Chọn D.**

Câu 32: Số cần lập có dạng $\overline{abcdcba}$ trong đó $a \neq 0$

Chọn a có 9 cách chọn, chọn b, c, d đều có 10 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có tổng cộng $9.10.10.10 = 9000$ số. **Chọn B.**

Câu 33: Gọi số cần lập là \overline{abcde}

TH1: $a = 1$ thì b có 7 cách chọn, c, d, e lần lượt có 6, 5 và 4 cách chọn.

Do đó theo quy tắc nhân có $7.6.5.4 = 80$ số.

TH2: Với $b = 1$, do $a \neq b$ và $a \neq 0$ nên a có 6 cách chọn, c, d, e lần lượt có 6, 5 và 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $6.6.5.4 = 720$ số.

TH3: Với $c = 1$ tương tự trường hợp 2 ta cũng có 720 số.

Do đó theo quy tắc cộng có $80 + 720 + 720 = 2280$ số. **Chọn D.**

Câu 34: Số thỏa mãn yêu cầu bài toán có dạng \overline{abcde}

TH1. Với $e = 0$ thì các số a, b, c, d lần lượt có 6, 5, 4 và 3 cách chọn.

Suy ra có $6.5.4.3 = 360$ số

TH2. Với $e = \{2; 4; 6\}$ thì $a \neq 0$ có 5 cách chọn và b, c, d lần lượt có 5, 4 và 3 cách chọn.

Suy ra có $3.5.5.4.3 = 900$ số.

Theo quy tắc cộng có $360 + 900 = 1260$ số. **Chọn C.**

Câu 35: Số các số lẻ có 4 chữ số: Chữ số hàng đơn vị có 3 cách chọn, chữ số hàng nghìn có 4 cách chọn, chữ số hàng trăm và hàng chục lần lượt có 4 và 3 cách chọn

Do đó có $3.4.4.3 = 144$ số.

Số các số lẻ có 4 chữ số và không có chữ số 3 là: $2.3.3.2 = 36$ số.

Vậy có $144 - 36 = 108$ số thỏa mãn yêu cầu. **Chọn A.**

Câu 36: Xét số X có 5 chữ số và chia hết cho 13 thì $X = 13k (k \in \mathbb{Z})$ và $10^4 \leq X < 10^5$

Khi đó $10^4 \leq 13k < 10^5 \Leftrightarrow 770 \leq k < 7692$

Vậy tổng cộng có $7692 - 770 + 1 = 6923$ số. **Chọn A.**