

(Đề kiểm tra gồm: 01 trang)

Ngày kiểm tra: 09/06/2022  
Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài I** (2,0 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \quad \text{với } x > 0; x \neq 4$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức B khi  $x = 25$ .
- 2) Rút gọn A.
- 3) Tìm các số nguyên x để  $\sqrt{AB} < \frac{2}{3}$ .

**Bài II** (2,5 điểm)

1) **Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:**

Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau 30km. Khi đi từ B về A người đó chọn đường khác để đi hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6km. Vì vậy, lúc về người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc đi là 3km/h. Nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

2) Một quả bóng hình cầu có diện tích bề mặt là  $144\pi \text{ cm}^2$ . Tính thể tích của quả bóng đó? (Lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài III** (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{3x}{x+y} = -2 \\ 3\sqrt{x} + \frac{x}{x+y} = 8 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2mx + 1$  (với  $m$  là tham số).

a) Chứng tỏ rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ hai giao điểm của (d) và (P). Tìm  $m$  để  $\sqrt{x_1 - x_1} \cdot |x_2| = 1$ .

**Bài IV** (3 điểm)

Cho đường tròn (O) và dây BC cố định nhỏ hơn đường kính, A là điểm di động trên cung lớn BC ( $AB < AC$  và  $\Delta ABC$  nhọn). Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC.

1) Chứng minh rằng: Tứ giác ACDF nội tiếp.

2) Qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AB tại P và cắt AC tại Q. Chứng minh  $\Delta ABC \sim \Delta AQP$ .

3) Gọi N là trung điểm BC và EF cắt BC tại M. Chứng minh  $\Delta DFP$  cân tại D và  $MF \cdot ME = MD \cdot MN$ .

**Bài V** (0,5 điểm) Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn  $a + b + c = 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
$$P = \frac{a}{b^2c+1} + \frac{b}{c^2a+1} + \frac{c}{a^2b+1}$$

| Bài             | Ý | Đáp án  | Điểm         |
|-----------------|---|---|--------------|
| Bài I<br>2 điểm | 1 | Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức B ta được:<br>$B = \frac{\sqrt{25}-2}{\sqrt{25}+1} = \frac{5-2}{5+1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$<br>Vậy với $x = 25$ thì $B = \frac{1}{2}$  | 0,25<br>0,25 |
|                 | 2 | $A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ ĐK: $x > 0; x \neq 4$  | 0,25         |
|                 |   | $A = \frac{3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$   | 0,25         |
|                 |   | $= \frac{3\sqrt{x}-6+\sqrt{x}+(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$  | 0,25         |
|                 |   | $= \frac{3\sqrt{x}-6+\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}-3\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$   | 0,25         |
|                 |   | $= \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$   | 0,25         |
|                 |   | $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$   | 0,25         |
|                 | 3 | Với $x > 0; x \neq 4 \Rightarrow A.B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$<br>$\sqrt{AB} < \frac{2}{3}$ ĐK: $x > 1; x \neq 4$<br>$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{4}{9}$<br>$\Leftrightarrow 9(\sqrt{x}-1) < 4(\sqrt{x}+1)$ (Do $9(\sqrt{x}+1) > 0$ )<br>$\Leftrightarrow 9\sqrt{x}-9 < 4\sqrt{x}+4$<br>$\Leftrightarrow 5\sqrt{x} < 13$<br>$\Leftrightarrow \sqrt{x} < \frac{13}{5}$<br>$\Leftrightarrow x < \frac{169}{25}$ Mà $x \geq 1; x \neq 4; x \in \mathbb{Z}$<br>$\Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 5; 6\}$ | 0,25<br>0,25 |

|                                 |  |   |   |
|---------------------------------|--|---|---|
| <b>Bài II</b><br><b>2 điểm</b>  |  | Gọi vận tốc của người đi xe đạp từ A đến B là $x$ (km/h ; $x > 0$ )   | 0,25  |
|                                 |  | Suy ra vận tốc lúc về của người đi xe đạp là $x + 3$ ( km/h )   | 0,25  |
|                                 |  | Thời gian đi từ A đến B là $\frac{30}{x}$ (h)   | 0,25  |
|                                 |  | Quãng đường lúc về từ B đến A là $30 + 6 = 36$ (km)   |   |
|                                 | <b>1</b>   | Thời gian đi về từ B đến A là $\frac{36}{x+3}$ (h)  | 0,25  |
|                                 |  | Lập luận để có hệ phương trình $\frac{30}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{1}{3}$  | 0,25  |
|                                 |  | Giải phương trình: $x = 9$ ( km/h); $x = -30$ ( loại )  | 0,5   |
|                                 |  | Kết luận vận tốc của người đi xe đạp từ A đến B là 9 (km/h)   | 0,25  |
| <b>2</b>                        |  | Diện tích bề mặt quả bóng hình cầu là: $S = 4\pi R^2 = 144\pi$<br>$\Rightarrow R = 6\text{cm}$  | 0,25  |
|                                 |  | Thể tích quả bóng hình cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^3 = 904,32 \text{ cm}^3$                    |   |
|                                 |  | Vậy thể tích quả bóng hình cầu sấp 904,32 $\text{cm}^3$   | 0,25  |
| <b>Bài III</b><br><b>2 điểm</b> | <b>1</b>   | $\begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{3x}{x+y} = -2 \\ 3\sqrt{x} + \frac{x}{x+y} = 8 \end{cases} \quad \text{ĐKXD: } x \geq 0; x \neq -y$      | 0,25  |
|                                 |  | $\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{3x}{x+y} = -2 \\ 9\sqrt{x} + \frac{3x}{x+y} = 24 \end{cases}$                            |   |
|                                 |  | $\Leftrightarrow \begin{cases} 11\sqrt{x} = 22 \\ 2\sqrt{x} - \frac{3x}{x+y} = -2 \end{cases}$  | 0,25  |
|                                 |  | $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ 2\sqrt{x} - \frac{3x}{x+y} = -2 \end{cases}$   |   |
|                                 |  | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 2 \cdot \sqrt{4} - \frac{3 \cdot 4}{4+y} = -2 \end{cases}$  | 0,25  |
|                                 |  | $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \frac{12}{4+y} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(tm) \\ y = -2(tm) \end{cases}$ |   |
|                                 |  | Vậy hệ PT có nghiệm duy nhất là (4; -2)   | 0,25  |
|                                 |  |   | a) PT hoành độ giao điểm của (d) và (P):<br>$x^2 - 2mx - 1 = 0$ (*)<br>$a = 1; b = -2m; c = -1$<br>$a \cdot c = -1 < 0$ |
| <b>2</b>                        | nên PT (*) luôn có hai nghiệm trái dấu.<br>Vậy, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.   | 0,25  |   |
|                                 | b) Áp dụng Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$<br>PT (*) luôn có hai nghiệm trái dấu<br>Mà theo yêu cầu đề bài $\sqrt{x_1} - x_1 \cdot  x_2  = +1$ nên $x_1 > 0$ và $x_2 < 0$ |   |   |

|  |  |   |
|--|--|---|
|  | $\Rightarrow  x_2  = -x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} + x_1 \cdot x_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x_1} = 2 \Rightarrow x_1 = 4 \text{ (tm)}$ $\Rightarrow x_2 = \frac{-1}{4}$   | 0,25  |
|  | Thay $x_1 = 4$ và $x_2 = \frac{-1}{4}$ vào $x_1 + x_2 = 2m$<br>Tìm được $m = \frac{15}{8}$ .   | 0,25  |
| <b>Bài IV</b><br><b>3,5</b><br><b>điểm</b> | Vẽ hình đúng đến câu a   | 0,25  |
|  |  | 0,25  |
|  | <b>1</b> Chứng minh được $\widehat{AFC} = 90^\circ$ ; $\widehat{ADC} = 90^\circ$<br>Chứng minh được tứ giác ACDF nội tiếp  | 0,25<br>0,5   |
|  | <b>2</b> $\triangle ABC$ và $\triangle AQP$<br>Chỉ ra được góc A chung<br>Chứng minh được $\widehat{AFE} = \widehat{APQ}$ (1)<br>Chứng minh được tứ giác BFEC nội tiếp<br>$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AFE}$ (2)<br>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{APQ}$<br>Kết luận: $\triangle ABC \sim \triangle AQP$ (g.g)   | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25  |
|  | Vì tứ giác ACDF nội tiếp (cmt) suy ra $\widehat{PFD} = \widehat{BCE}$<br>mà $\widehat{BPD} = \widehat{BCE}$<br>Do đó tam giác DFP cân tại D  | 0,25<br>0,25  |
|  | <b>3</b> Ta có tam giác BEC vuông và N là trung điểm của BC nên $\widehat{BNE} = 2\widehat{ECB}$<br>$\widehat{BFD} = \widehat{ECB} = \widehat{AFE} \Rightarrow \widehat{BNE} + \widehat{EFD} = 2\widehat{ECB} + 180^\circ - 2\widehat{BFD}$<br>Do đó $\widehat{BNE} + \widehat{EFD} = 180^\circ$ suy ra tứ giác DFEN nội tiếp<br>Chứng minh được $\triangle MED \sim \triangle MNF$ suy ra $MF \cdot ME = MD \cdot MN$ | 0,25<br>0,25  |
|  | <b>Bài V</b><br><b>0,5</b><br><b>điểm</b>  | Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có:<br>$\frac{a}{b^2c+1} = a - \frac{ab^2c}{b^2c+1} \geq a - \frac{ab^2c}{2b\sqrt{c}} = a - \frac{ab\sqrt{c}}{2} = a - \frac{b\sqrt{a(ac)}}{2} \geq a - \frac{b(a+ac)}{4}$ |

|                   |   |      |
|-------------------|---|------|
|                   | <p>Suy ra ta có <math>\frac{a}{b^2c+1} \geq a - \frac{1}{4}(ab+abc)</math></p> <p>Tương tự có</p> $\frac{b}{c^2a+1} \geq b - \frac{1}{4}(bc+abc); \frac{c}{a^2b+1} \geq c - \frac{1}{4}(ca+abc)$ <p>Cộng vế với vế các bất đẳng thức trên ta có:</p> $\frac{a}{b^2c+1} + \frac{b}{c^2a+1} + \frac{c}{a^2b+1} \geq 3 - \frac{ab+bc+ca}{4} - \frac{3abc}{4}$ <p>Ta có <math>3 = a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} \Leftrightarrow \frac{3}{4} \geq \frac{3abc}{4}</math></p> <p>Do đó ta được</p> $\frac{a}{b^2c+1} + \frac{b}{c^2a+1} + \frac{c}{a^2b+1} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \geq 3 \text{ hay } \frac{a}{b^2c+1} + \frac{b}{c^2a+1} + \frac{c}{a^2b+1} \geq \frac{3}{2}$ <p>Đẳng thức xảy ra khi <math>a = b = c = 1</math></p> | 0,25 |
| <b>TỔNG ĐIỂM:</b> |   | 10,0 |

*Lưu ý: Nếu HS làm theo cách khác có kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.*

-----Hết-----

**BGH DUYỆT**

**TTCM DUYỆT**

**GIÁO VIÊN RA ĐỀ**

**Đoàn Thu Huyền**