SỞ GD&ĐT ĐỒNG NAI
TRƯỜNG THPT TRẤN BIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2022
Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11

Câu 1. Giới hạn nào sau đây bằng 0?

A. $\lim 2^n$. **B.** $\lim\left(\frac{8}{3}\right)^n$. **C.** $\lim 4^n$. **D.** $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_5=9$, công bội $q=\frac{1}{3}$. Tìm u_2.

A. 243. **B.** 729. **C.** 81. **D.** 27.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai số nguyên dương bé hơn 100. Tính xác suất để hiệu hai số vừa được chọn là một số lẻ.

A. $\frac{49}{99}$. **B.** $\frac{25}{33}$. **C.** $\frac{50}{99}$. **D.** $\frac{8}{33}$.

HÌNH HỌC 11

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SD và BC, biết $AD=DC=a$, $AB=2a$, $SA=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{42}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{42}}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{42}}$. **D.** $\frac{4}{\sqrt{42}}$.

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+x^2-2$?

A. $P(-1;-1)$. **B.** $N(-1;-2)$. **C.** $M(-1;0)$. **D.** $Q(-1;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

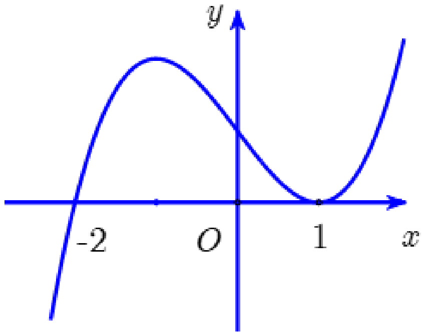
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt có phương trình là

A. $x=1$, $y=2$. **B.** $x=2$, $y=1$. **C.** $x=2$, $y=2$. **D.** $x=1$, $y=1$.

Câu 9. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

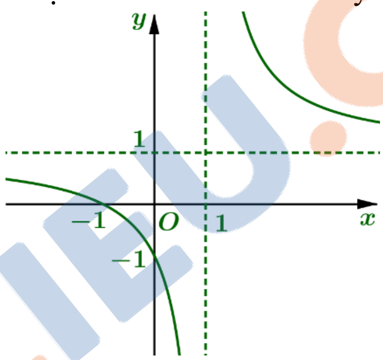
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-2;1)$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{-x-1}{2x-1}$. **C.** $y=x-\dfrac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Câu 13. Tất cả giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+4)x^2+m^2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là

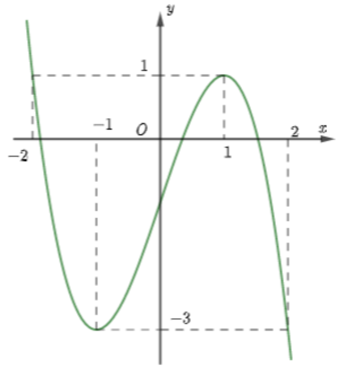
A. $m\in(-\infty;-4)\cup\left(-\dfrac{5}{4};0\right)\cup(0;+\infty)$.

B. $m\in\left(-\dfrac{4}{3};0\right)\cup(0;+\infty)$.

C. $m\in\left(-\dfrac{4}{5};0\right)\cup(0;+\infty)$.

D. $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

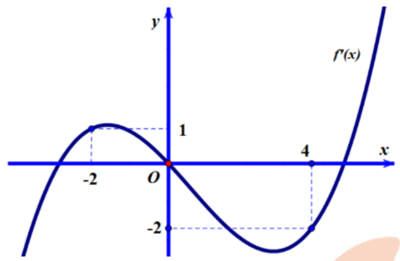
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(2-f\left(x\right)\right)=1$ là

A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Hàm số $g\left(x\right)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

HÀM SỐ LUỸ THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{7}{4}}$ là

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}x>2$ là

A. $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{4}{9}\right)$.

Câu 18. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3}b$ bằng

A. $3+\log_a b$. **B.** $3\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3}+\log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 19. Trên tập $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2+2022\right)$ là

A. $y'=\frac{2x}{x^2+2022}$. **B.** $y'=\frac{x}{x^2+2022}$.

C. $y'=\frac{x^2}{x^2+2022}$. **D.** $y'=\frac{2x}{\left(x^2+2022\right)\ln 2}$.

Câu 20. Trong khuôn viên một trường đại học có 5000 sinh viên, một sinh viên vừa trở về sau kì nghỉ và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Sau đó lây lan cho các sinh viên của trường và sự lây lan này được mô hình hóa bởi công thức $y=\frac{5000}{1+4999e^{-0,8t}}$, $\forall t\geq 0$. Trong đó y là tổng số học sinh bị nhiễm sau

t ngày. Các trường đại học sẽ cho các lớp học nghỉ khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên bị lây nhiễm. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì trường cho các lớp nghỉ học?

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 13.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 22. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x \le 2022$ và $3\left(9^y + 2y\right) + 2 \le x + \log_3 (x+1)^3$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 3776. **D.** 3778.

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Câu 23. Xét các hàm số $f(x)$, $g(x)$ và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \left(f(x) - g(x)\right)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int \alpha.f(x)\mathrm{d}x = \alpha \int f(x)\mathrm{d}x$.

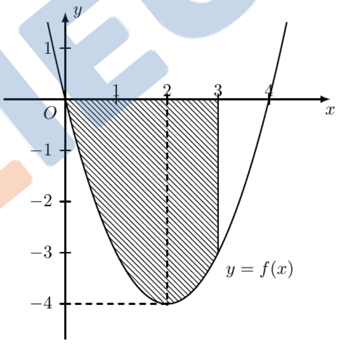
C. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int \left(f(x) + g(x)\right)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1$, $f(3) = 5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Diện tích S của miền được tô đậm được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = -\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S = -\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 26. Hàm số $F(x) = 2x + \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = 2 + 2\cos 2x$. **B.** $f(x) = x^2 - \dfrac{1}{2}\cos 2x$.

C. $f(x) = 2 - 2\cos 2x$. **D.** $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{2}\cos 2x$.

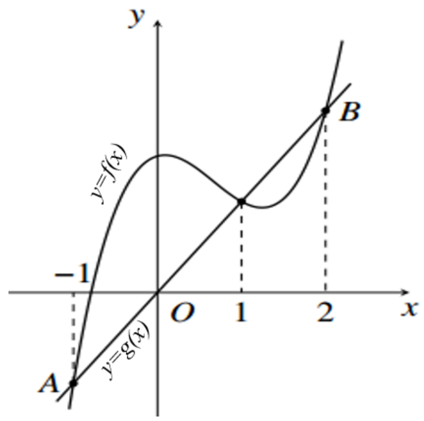
Câu 27. Cho $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int_{-1}^{2} \left(x + 2f(x) - 3g(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{17}{2}$. **B.** $I = \dfrac{5}{2}$. **C.** $I = \dfrac{7}{2}$. **D.** $I = \dfrac{11}{2}$.

Câu 28. Nếu $\int_0^1 f(3x+1)\,dx = 10$ thì $\int_1^4 (f(x)-4x)\,dx$ bằng

A. -20. **B.** -4. **C.** $-\dfrac{80}{3}$. **D.** 0.

Câu 29. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + \dfrac{1}{3}x + c$ (a, b, $c \in \mathbb{R}$) và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

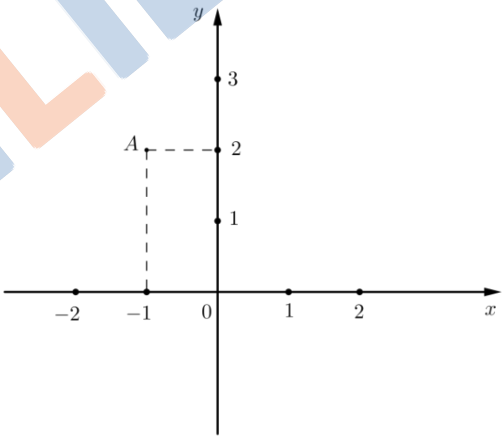


Biết $AB = 5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ bằng

A. $\dfrac{17}{11}$. **B.** $\dfrac{19}{12}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{7}{11}$.

SỐ PHỨC

Câu 30. Điểm A trên mặt phẳng phức như hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức nào?



A. $z = -1 - 2i$. **B.** $z = 2 - i$. **C.** $z = -1 + 2i$. **D.** $z = -2 + i$.

.

Câu 31. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.
D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Câu 32. Cho số phức $z = 2i$, khi đó số phức $\dfrac{1}{z}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2i}$. **B.** $-2i$. **C.** $-\dfrac{1}{2}i$. **D.** $\dfrac{1}{2}i$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Môđun của số phức z bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 34. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-(a-3)z+a^2+a=0$ (a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 35. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|^2+|z_2-z_3|^2+|z_3-z_1|^2$.

A. $P=9$. **B.** $P=10$. **C.** $P=8$. **D.** $P=12$.

KHỐI ĐA DIỆN

Câu 36. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

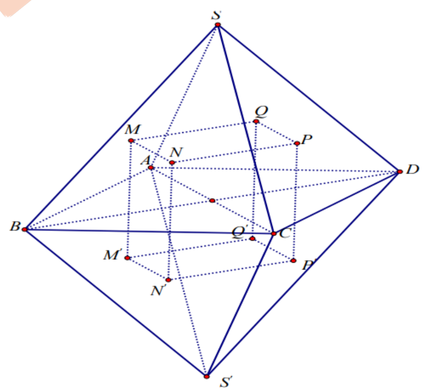
Câu 37. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $16a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 38. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $AC=2\sqrt{2}a$, góc giữa hai mặt phẳng $(C'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $32a^3$. **D.** $\frac{32}{3}a^3$.

Câu 39. Cho khối bát diện đều có cạnh a. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA; gọi M', N', P', Q' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $S'AB$, $S'BC$, $S'CD$, $S'DA$ (như hình vẽ dưới). Thể tích của khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ là



A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{81}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{27}$.

MẶT NÓN - MẶT TRỤ - MẶT CẦU

Câu 40. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S=\frac{1}{3}\pi r^3$. **B.** $S=4\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S=4\pi r^3$.

Câu 41. Một trang trại đang dùng hai bể nước hình trụ có cùng chiều cao; bán kính đáy lần lượt bằng $1,6\,\text{m}$ và $1,8\,\text{m}$. Trang trại làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên; biết ba hình trụ trên là phần chứa nước của mỗi bể. Bán kính đáy của bể nước mới gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $2,4\,\text{m}$. **B.** $2,6\,\text{m}$. **C.** $2,5\,\text{m}$. **D.** $2,3\,\text{m}$.

Câu 42. Cho hình nón có chiều cao bằng $3a$, biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) đi qua đỉnh hình nón và tạo với mặt đáy của hình nón một góc $60°$, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $15\pi a^3$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $45\pi a^3$. **D.** $135\pi a^3$.

PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$ là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2\sqrt{2}$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=8$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2\sqrt{2}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-5}{3}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(3;-1;5)$. **B.** $\vec{u}_2=(3;-3;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;-3;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;3;3)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $(2;-1;3)$. **B.** $(-2;3;1)$. **C.** $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(2;-3;-1)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=16$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $Q(-2;-1;-1)$. **B.** Điểm $N(-2;-1;3)$. **C.** Điểm $M(2;1;-3)$. **D.** Điểm $P(2;1;1)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng đi qua O và chứa d có phương trình là

A. $2x+2y-z=0$. **B.** $-2x+2y-z=0$. **C.** $x+2y-z=0$. **D.** $-x+2y-z=0$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = \dfrac{5}{2} - t \\ z = \dfrac{-9}{2} + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \dfrac{5}{2} + t \\ z = \dfrac{-9}{2} + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \dfrac{5}{2} \\ z = \dfrac{-9}{2} + t \end{cases}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 2.

========== **HẾT** ==========

SỞ GD&ĐT ĐỒNG NAI
TRƯỜNG THPT TRẤN BIÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2022
Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11

Câu 1. Giới hạn nào sau đây bằng 0?

A. $\lim 2^n$. **B.** $\lim\left(\frac{8}{3}\right)^n$. **C.** $\lim 4^n$. **D.** $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Lời giải

$-1<\frac{1}{4}<1$ nên $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n=0$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_5=9$, công bội $q=\frac{1}{3}$. Tìm u_2.

A. 243. **B.** 729. **C.** 81. **D.** 27.

Lời giải

$u_5=u_1.q^4 \Rightarrow 9=u_1.\left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow u_1=729$.

$u_2=u_1.q=729.\frac{1}{3}=243$.

Câu 3. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai số nguyên dương bé hơn 100. Tính xác suất để hiệu hai số vừa được chọn là một số lẻ.

A. $\frac{49}{99}$. **B.** $\frac{25}{33}$. **C.** $\frac{50}{99}$. **D.** $\frac{8}{33}$.

Lời giải

Có 99 số nguyên dương bé hơn 100 nên khi chọn ngẫu nhiên hai số trong 99 số đó có $C_{99}^2=4851$ cách chọn.

Để chọn được hai số trong 99 số nói trên mà hiệu của nó là một số lẻ thì ta cần chọn 1 số chẵn (trong 49 số chẵn) và 1 số lẻ (trong 50 số lẻ), suy ra có $49\times 50=2450$ cách chọn.

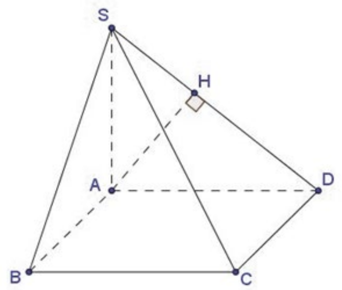
Vậy xác suất cần tìm là $\frac{2450}{4851}=\frac{50}{99}$.

HÌNH HỌC 11

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



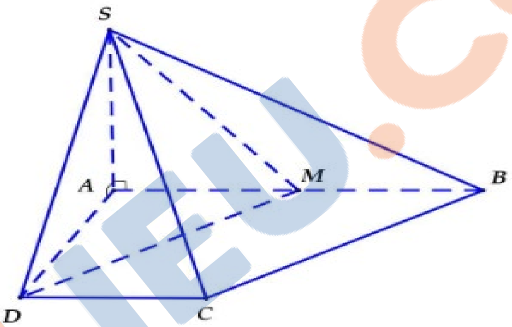
$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$. Kẻ $AH \perp SD$ suy ra $AH \perp (SCD)$.

$d(A,(SCD)) = AH = \dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SD và BC, biết $AD = DC = a$, $AB = 2a$, $SA = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{42}}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{42}}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{42}}$. **D.** $\dfrac{4}{\sqrt{42}}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB. Ta có $MB = DC = a$. Mà $MB // CD$ nên $MBCD$ là hình bình hành. Do đó $DM // BC$. Suy ra $\left(\widehat{SD, BC}\right) = \left(\widehat{SD, DM}\right)$.

$SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}$, $DM = \sqrt{AM^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$, $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Áp dụng định lí cosin trong ΔSDM ta được $\cos\widehat{SDM} = \dfrac{SD^2 + DM^2 - SM^2}{2SD.DM} = \dfrac{3}{\sqrt{42}}$. Suy ra $\cos\left(\widehat{SD, BC}\right) = \dfrac{3}{\sqrt{42}}$.

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

A. $P(-1;-1)$. **B.** $N(-1;-2)$. **C.** $M(-1;0)$. **D.** $Q(-1;1)$.

Lời giải

$y(-1) = (-1)^4 + (-1)^2 - 2 = 0$ nên điểm $M(-1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$, ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt có phương trình là

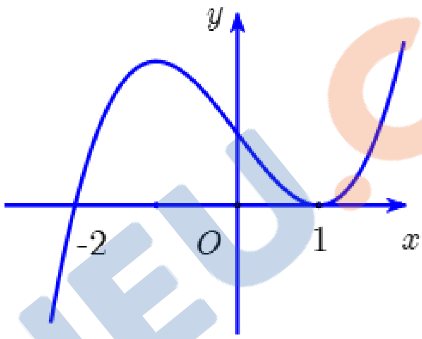
A. $x=1$, $y=2$. **B.** $x=2$, $y=1$. **C.** $x=2$, $y=2$. **D.** $x=1$, $y=1$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$.

Các tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là $x=1$ và $y=2$.

Câu 9. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

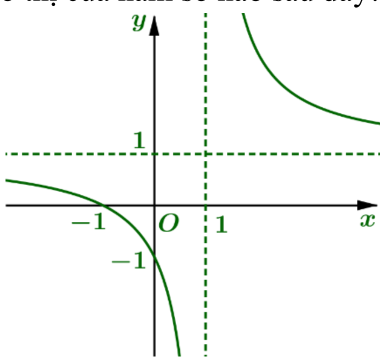
A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-2;1)$.

Lời giải

Trên khoảng $(1;+\infty)$, đồ thị hàm số có hướng "đi xuống" nên hàm số nghịch biến.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=1$, đường tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. -4.   **B.** -2.   **C.** 2.   **D.** 4.

Lời giải

$f'(x)=3x^2+3>0$, $\forall x\in[-1;2]$ nên $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=f(-1)=-2$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+3x+1$.   **B.** $y=\dfrac{-x-1}{2x-1}$.   **C.** $y=x-\dfrac{1}{2}\cos 2x$.   **D.** $y=x^4+x^2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x-\dfrac{1}{2}\cos 2x$ có $y'=1+\sin 2x\ge 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. Tất cả giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-(3m+4)x^2+m^2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là

A. $m\in(-\infty;-4)\cup\left(-\dfrac{5}{4};0\right)\cup(0;+\infty)$.   **B.** $m\in\left(-\dfrac{4}{3};0\right)\cup(0;+\infty)$.

C. $m\in\left(-\dfrac{4}{5};0\right)\cup(0;+\infty)$.   **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

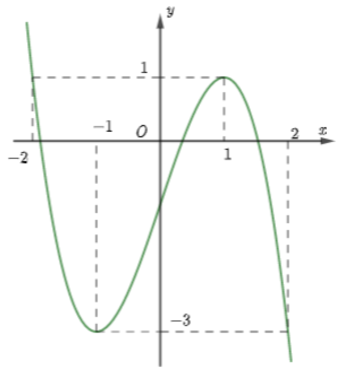
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị và trục hoành: $x^4-(3m+4)x^2+m^2=0$ (1).

Đặt $t=x^2$, $t\ge 0$. Khi đó, phương trình (1) trở thành $t^2-(3m+4)t+m^2=0$ (2)

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ P>0\\ S>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5m^2+24m+16>0\\ m^2>0\\ 3m+4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-4\vee m>-\dfrac{4}{5}\\ m\ne 0\\ m>-\dfrac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{4}{5}\\ m\ne 0\end{cases}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $f(2-f(x))=1$ là

A. 9.   **B.** 3.   **C.** 6.   **D.** 5.

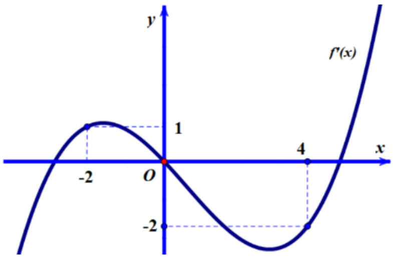
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$, ta có: $f(2-f(x))=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2-f(x)=-2 \\ 2-f(x)=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)=4\ (a) \\ f(x)=1\ (b)\end{array}\right.$.

Xét sự tương giao của đồ thị $y=f(x)$ lần lượt với các đường thẳng $y=1$; $y=4$ ta thấy phương trình (a) có nghiệm duy nhất $x_1<-2$; phương trình (b) có 2 nghiệm $x_2=-2$; $x_3=1$.

Vậy số nghiệm phương trình đã cho là 3.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=4f(x^2-4)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

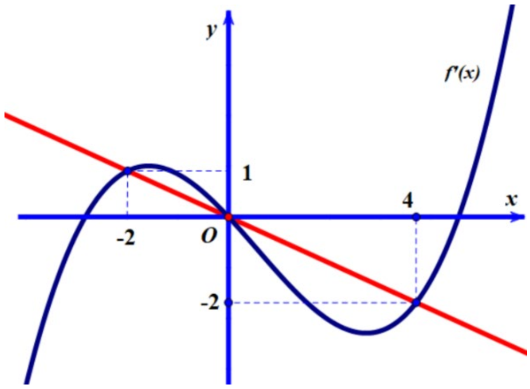
A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

$g'(x)=8xf'(x^2-4)+4x^3-16x=4x\left(2f'(x^2-4)+x^2-4\right)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0 \\ f'(x^2-4)=-\frac{1}{2}(x^2-4) \quad (*)\end{array}\right.$.

Đặt $t=x^2-4$, khi đó $(*)$ trở thành $f'(t)=-\frac{1}{2}t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-2 \\ t=0 \\ t=4\end{array}\right.$.



Với $\left[\begin{array}{l}t=-2 \\ t=0 \\ t=4\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-4=-2 \\ x^2-4=0 \\ x^2-4=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \\ x=\pm 2\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Do $f(x)$ là hàm số bậc bốn nên $f'(x)$ là hàm số bậc ba; đồng thời ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$, nên ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-2\sqrt{2}$		-2		$\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$2\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số $g(x) = 4f(x^2-4) + x^4 - 8x^2$ có bốn điểm cực tiểu.

HÀM SỐ LUỸ THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{7}{4}}$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Số mũ $\frac{7}{4} \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định là $x > 0$. Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(0;+\infty)$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là

A. $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(0;\frac{4}{9}\right)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{2}{3}} x > 2 \Leftrightarrow 0 < x < \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{4}{9}.$$

Câu 18. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

A. $3 + \log_a b$. **B.** $3\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3} + \log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải

$$\log_{a^3} b = \frac{1}{3}\log_a b.$$

Câu 19. Trên tập $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2+2022)$ là

A. $y' = \frac{2x}{x^2+2022}$. **B.** $y' = \frac{x}{x^2+2022}$.

C. $y' = \frac{x^2}{x^2+2022}$. **D.** $y' = \frac{2x}{(x^2+2022)\ln 2}$.

Lời giải

$$y' = \frac{(x^2+2002)'}{x^2+2022} = \frac{2x}{x^2+2022}.$$

Câu 20. Trong khuôn viên một trường đại học có 5000 sinh viên, một sinh viên vừa trở về sau kì nghỉ và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Sau đó lây lan cho các sinh viên của trường và sự lây lan này được mô hình hóa bởi công thức $y=\dfrac{5000}{1+4999\mathrm{e}^{-0,8t}}$, $\forall t\ge 0$. Trong đó y là tổng số học sinh bị nhiễm sau t ngày. Các trường đại học sẽ cho các lớp học nghỉ khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên bị lây nhiễm. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì trường cho các lớp nghỉ học?

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

$$\frac{5000}{1+4999\mathrm{e}^{-0,8t}}\ge\frac{40}{100}\times 5000\Leftrightarrow 1+4999\mathrm{e}^{-0,8t}\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow \mathrm{e}^{-0,8t}\le\frac{3}{9998}\Leftrightarrow t\ge-\frac{\ln\frac{3}{9998}}{0,8}\approx 10,14.$$

Vậy sau ít nhất 11 ngày thì trường cho các lớp nghỉ học.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+3m-6=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$4^x-m.2^{x+1}+3m-6=0\ \ (1)$

Đặt $t=2^x$, $t>0$. Phương trình (1) trở thành $t^2-2mt+3m-6=0\ \ (2)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 thoả mãn $0<t_1<1<t_2$.

Nên $\begin{cases}\Delta'=m^2-3m+6>0\\ t_1+t_2=2m>0\\ t_1t_2=3m-6>0\\ (t_1-1)(t_2-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m>2\\ m<5\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<5$.

Do m nguyên nên có 2 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 22. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2022$ và $3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3$?

A. 6. **B.** 2. **C.** 3776. **D.** 3778.

Lời giải

$3\left(9^y+2y\right)+2\le x+\log_3(x+1)^3\Leftrightarrow 3.9^y+6y+2\le x+3\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow 3^{2y+1}+3(2y+1)\le(x+1)+3\log_3(x+1)\ \ (*)$

Xét hàm số $f(t)=3^t+3t$ có $f'(t)=3^t.\ln 3+3>0$, $\forall t$ nên hàm số $f(t)=3^t+3t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow f(2y+1)\le f\left(\log_3(x+1)\right)\Leftrightarrow 2y+1\le\log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^{2y+1}-1\le x$.

Vì $x\le 2022$ nên $3^{2y+1}-1\le 2022\Leftrightarrow y\le\dfrac{\log_3 2023-1}{2}\approx 2,96$.

Với giả thiết y nguyên dương suy ra $y\in\{1;2\}$.

Với $y=1$ có $26\le x\le 2022$ suy ra có 1997 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2$ có $242 \le x \le 2022$ suy ra có 1781 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 3778 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Câu 23. Xét các hàm số $f(x)$, $g(x)$ và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int (f(x)-g(x))\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int \alpha.f(x)\mathrm{d}x = \alpha\int f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int (f(x)+g(x))\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Theo tính chất của nguyên hàm thì $\int (f(x)+g(x))\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

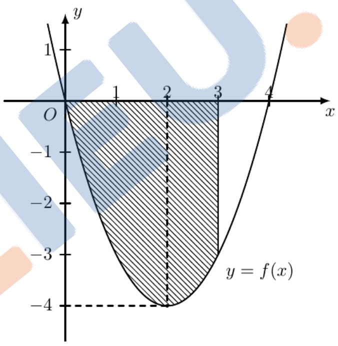
Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2)=-1$, $f(3)=5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

$\int_2^3 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\big|_2^3 = f(3)-f(2) = 5-(-1) = 6$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Diện tích S của miền được tô đậm được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S=-\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

$S=\int_0^3 |f(x)|\mathrm{d}x = -\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 26. Hàm số $F(x)=2x+\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=2+2\cos 2x$. **B.** $f(x)=x^2-\frac{1}{2}\cos 2x$.

C. $f(x)=2-2\cos 2x$. **D.** $f(x)=x^2+\frac{1}{2}\cos 2x$.

Lời giải

$f(x)=F'(x)=(2x+\sin 2x)'=2+2\cos 2x$.

Câu 27. Cho $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int_{-1}^{2}\left(x + 2f(x) - 3g(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{17}{2}$. **B.** $I = \dfrac{5}{2}$. **C.** $I = \dfrac{7}{2}$. **D.** $I = \dfrac{11}{2}$.

Lời giải

$$I = \int_{-1}^{2}\left(x + 2f(x) - 3g(x)\right)\mathrm{d}x = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{-1}^{2} + 2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - 3\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2} + 2.2 - 3(-1) = \frac{17}{2}.$$

Câu 28. Nếu $\int_{0}^{1} f(3x+1)\mathrm{d}x = 10$ thì $\int_{1}^{4}\left(f(x) - 4x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -20. **B.** -4. **C.** $-\dfrac{80}{3}$. **D.** 0.

Lời giải

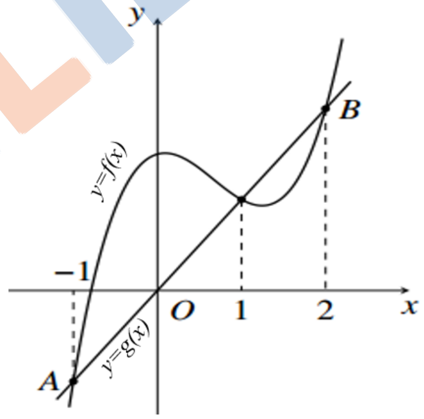
Đặt $t = 3x + 1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 3\mathrm{d}x$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$, $x = 1 \Rightarrow t = 4$.

Khi đó $10 = \dfrac{1}{3}\int_{1}^{4} f(t)\mathrm{d}t \Rightarrow \int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 30$.

$$I = \int_{1}^{4}\left(f(x) - 4x\right)\mathrm{d}x = \int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x - \int_{1}^{4} 4x\mathrm{d}x = 30 - 30 = 0.$$

Câu 29. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + \frac{1}{3}x + c$ (a, b, $c \in \mathbb{R}$) và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Biết $AB = 5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ bằng

A. $\dfrac{17}{11}$. **B.** $\dfrac{19}{12}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{7}{11}$.

Lời giải

Gọi $g(x) = mx$ $(m > 0)$. Ta có $A(-1; -m)$; $B(2; 2m)$.

Khi đó $AB = \sqrt{9 + 9m^2} = 5 \Leftrightarrow m = \dfrac{4}{3}$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 - x + c = 0$.

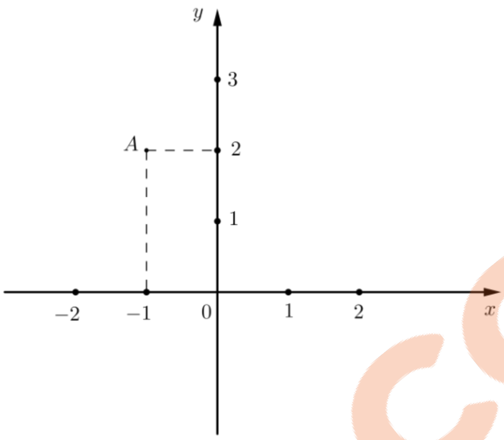
Mặt khác $ax^3+bx^2-x+c=a\left(x^2-1\right)\left(x-2\right)\Leftrightarrow ax^3+bx^2-x+c=ax^3-2ax^2-ax+2a$.

Đồng nhất hệ số ta được $a=1$, $b=-2$, $c=2$. Vậy $y=f\left(x\right)=x^3-2x^2+\dfrac{1}{3}x+2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ là $S=\int\limits_1^2\left(x^3-2x^2+\dfrac{1}{3}x+2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{19}{12}$.

SỐ PHỨC

Câu 30. Điểm A trên mặt phẳng phức như hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức nào?



A. $z=-1-2i$. **B.** $z=2-i$. **C.** $z=-1+2i$. **D.** $z=-2+i$.

Lời giải

Theo hình vẽ điểm $A\left(-1;2\right)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=-1+2i$.

Câu 31. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Lời giải

Số phức liên hợp của z là $\overline{z}=3+2i$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 32. Cho số phức $z=2i$, khi đó số phức $\dfrac{1}{z}$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2i}$. **B.** $-2i$. **C.** $-\dfrac{1}{2}i$. **D.** $\dfrac{1}{2}i$.

Lời giải

$\dfrac{1}{2i}=-\dfrac{1}{2}i$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $3\left(\overline{z}-i\right)-\left(2+3i\right)z=7-16i$. Môđun của số phức z bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi$ (a, $b\in\mathbb{R}$).

$3\left(a-bi-i\right)-\left(2+3i\right)\left(a+bi\right)=7-16i\Leftrightarrow\left(a+3b\right)-\left(3a+5b+3\right)i=7-16i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a+3b=7\\3a+5b+3=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}\Rightarrow z=1+2i$.

Vậy $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 34. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ (a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

$\Delta = -3a^2 - 10a + 9$.

Trường hợp 1: $\Delta \ge 0$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = \dfrac{a-3 \pm \sqrt{\Delta}}{2}$, khi đó

$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = |\sqrt{\Delta}| \Leftrightarrow (a-3)^2 = \Delta \Leftrightarrow 4a^2 + 4a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -1 \end{array}\right.$ (thỏa điều kiện $\Delta \ge 0$).

Trường hợp 2: $\Delta < 0$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = \dfrac{a-3 \pm i\sqrt{-\Delta}}{2}$, khi đó

$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = |i\sqrt{-\Delta}| \Leftrightarrow (a-3)^2 = -\Delta \Leftrightarrow 2a^2 + 16a - 18 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -9 \end{array}\right.$ (thỏa điều kiện $\Delta < 0$).

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2|^2 + |z_2 - z_3|^2 + |z_3 - z_1|^2$.

A. $P = 9$. **B.** $P = 10$. **C.** $P = 8$. **D.** $P = 12$.

Lời giải

Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ là các điểm lần lượt biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3.

Vì $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ nên A; B; C thuộc đường tròn tâm O bán kính bằng 1.

$|z_1 - z_2| = AB$; $|z_2 - z_3| = BC$; $|z_3 - z_1| = AC$.

$P = |z_1 - z_2|^2 + |z_2 - z_3|^2 + |z_3 - z_1|^2 = AB^2 + BC^2 + AC^2 = \left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}\right)^2$

$= 6 - 2\left(\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}\right)$.

Mặt khác $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 + 2\left(\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}\right)$.

$P = 9 - \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)^2 = 9 - \left(3\overrightarrow{OG}\right)^2 = 9 - 9OG^2 \le 9$ (với G là trọng tâm tam giác ABC).

Đẳng thức xảy ra khi $G \equiv O$, hay ΔABC đều.

KHỐI ĐA DIỆN

Câu 36. Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Lời giải

Khối bát diện đều có tám mặt là tam giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 4 mặt.

Câu 37. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $16a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

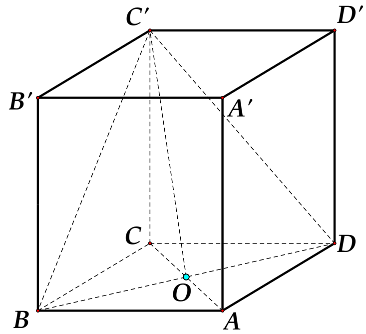
Lời giải

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}a^2.4a=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 38. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $AC=2\sqrt{2}a$, góc giữa hai mặt phẳng $(C'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $32a^3$. **D.** $\frac{32}{3}a^3$.

Lời giải



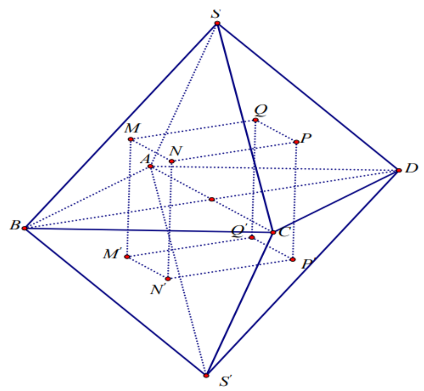
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Dễ thấy $CO\perp BD$ nên $C'O\perp BD$.

Suy ra $\left(\widehat{(C'BD),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{OC',OC}\right)=45°$.

$CC'=OC=\frac{AC}{2}=a\sqrt{2}$.

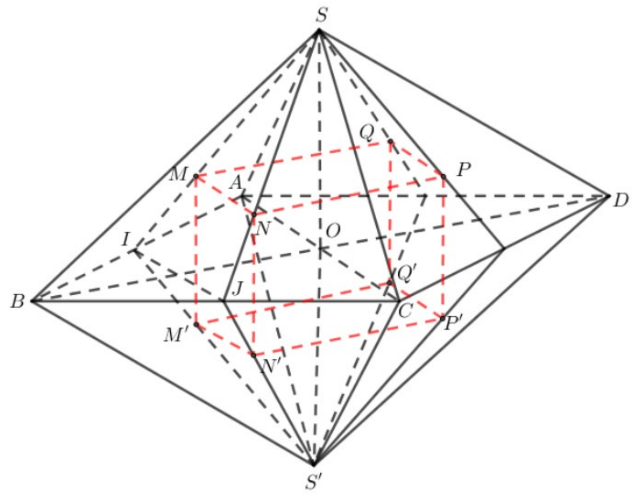
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=CC'.\left(\frac{AC}{\sqrt{2}}\right)^2=a\sqrt{2}.4a^2=4\sqrt{2}a^3$.

Câu 39. Cho khối bát diện đều có cạnh a. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA; gọi M', N', P', Q' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $S'AB$, $S'BC$, $S'CD$, $S'DA$ (như hình vẽ dưới). Thể tích của khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ là



A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{81}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{27}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$; I, J lần lượt là trung điểm của AB, BC.

Do M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC nên ta có $MN = \frac{2}{3}IJ = \frac{1}{3}AC = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Do $SABCDS'$ là bát diện đều nên hoàn toàn tương tự ta có tất cả các cạnh còn lại của khối lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ cũng bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Mặt khác $AC \perp BD$ mà $MN // AC // PQ$, $MQ // BD // NP$ nên $MNPQ$ là hình vuông.

Tương tự ta có tất cả các mặt còn lại của lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ cũng là hình vuông.

Suy ra lăng trụ $MNPQ.M'N'P'Q'$ là hình lập phương có cạnh $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^3 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$.

MẶT NÓN - MẶT TRỤ - MẶT CẦU

Câu 40. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \frac{1}{3}\pi r^3$. **B.** $S = 4\pi r^2$. **C.** $S = \frac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S = 4\pi r^3$.

Lời giải

Mặt cầu bán kính r có diện tích là $S = 4\pi r^2$.

Câu 41. Một trang trại đang dùng hai bể nước hình trụ có cùng chiều cao; bán kính đáy lần lượt bằng $1,6\,\text{m}$ và $1,8\text{ m}$. Trang trại làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên; biết ba hình trụ trên là phần chứa nước của mỗi bể. Bán kính đáy của bể nước mới gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $2,4\text{ m}$. **B.** $2,6\,\text{m}$. **C.** $2,5\,\text{m}$. **D.** $2,3\text{ m}$.

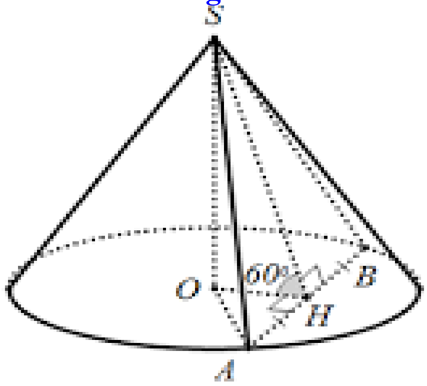
Lời giải

Gọi chiều cao của các hình trụ là h và bán kính đáy của hình trụ mới là R. Khi đó ta có $\pi R^2 h = \pi(1,6)^2 h + \pi(1,8)^2 h \Leftrightarrow R^2 = (1,6)^2 + (1,8)^2 \Leftrightarrow R \approx 2,4$ (m).

Câu 42. Cho hình nón có chiều cao bằng $3a$, biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) đi qua đỉnh hình nón và tạo với mặt đáy của hình nón một góc $60°$, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $15\pi a^3$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $45\pi a^3$. **D.** $135\pi a^3$.

Lời giải



Xét hình nón đỉnh S có chiều cao $h = SO = 3a$.

Thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) là tam giác SAB vuông cân tại S.

Kẻ $OH \perp AB$ và $SO \perp AB$ nên $AB \perp SH$. Vậy góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng đáy bằng $\widehat{SHO} = 60°$.

Xét ΔOHS vuông tại O có $OH = SO.\cot\widehat{SHO} = 3a.\cot 60° = a\sqrt{3}$;

$SH = \sqrt{OH^2 + SO^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (3a)^2} = 2a\sqrt{3}$

Tam giác SAB vuông cân tại S nên suy ra $HA = HB = HS = 2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác HAO vuông tại H, ta có $OA = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (2a\sqrt{3})^2} = a\sqrt{15}$.

Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi OA^2.SO = 15\pi a^3$.

PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2\sqrt{2}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 8$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ có phương trình $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 8$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{3}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (3;-1;5)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3;-3;2)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2;-3;3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2;3;3)$.

Lời giải

Đường thẳng đã cho có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (2;-3;3)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $(2;-1;3)$. **B.** $(-2;3;1)$. **C.** $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(2;-3;-1)$.

Lời giải

Toạ độ trung điểm của AB là $\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$ hay $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=16$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $Q(-2;-1;-1)$. **B.** Điểm $N(-2;-1;3)$. **C.** Điểm $M(2;1;-3)$. **D.** Điểm $P(2;1;1)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(2;1;1)$ vào phương trình mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=16$ (thỏa mãn) nên mặt cầu (S) đi qua điểm P.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\Delta:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

Lời giải

$\Delta\perp(P)\Rightarrow\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(1;-2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(3;-1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(1;-2;1)$ là $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Mặt phẳng đi qua O và chứa d có phương trình là

A. $2x+2y-z=0$. **B.** $-2x+2y-z=0$. **C.** $x+2y-z=0$. **D.** $-x+2y-z=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(0;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;0)$.

Do mặt phẳng (α) đi qua O và chứa d nên $\begin{cases}\vec{n}_{(\alpha)}\perp\overrightarrow{OM}=(0;1;2)\\\vec{n}_{(\alpha)}\perp\vec{u}=(1;-1;0)\end{cases}$.

Do đó chọn $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{OM},\vec{u}\right]=(2;2;-1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(\alpha):2x+2y-z=0$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=6 \\ y=\dfrac{5}{2}-t \\ z=\dfrac{-9}{2}+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=6-2t \\ y=\dfrac{5}{2}+t \\ z=\dfrac{-9}{2}+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=12-t \\ y=5 \\ z=-9+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=6-t \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=\dfrac{-9}{2}+t \end{cases}$.

Lời giải

$\begin{cases} A=\Delta\cap d_1 \Rightarrow A(1+2a;a;-2-a) \\ B=\Delta\cap d_2 \Rightarrow B(1+b;-2+3b;2-2b) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(b-2a;3b-a-2;-2b+a+4)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

(P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

$\Delta // (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow b=a-1 \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-a-1;2a-5;-a+6)$

$\Rightarrow AB^2=6a^2-30a+62 \geq 6\left(a-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{49}{2} \geq \dfrac{49}{2}$.

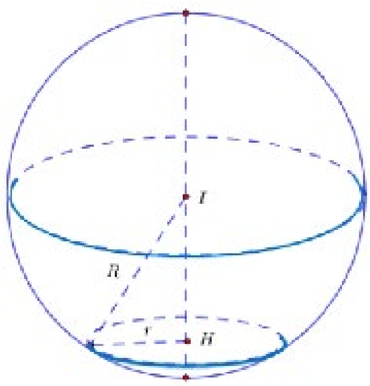
$AB_{\min}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ khi $a=\dfrac{5}{2} \Rightarrow A\left(6;\dfrac{5}{2};\dfrac{-9}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB}=\dfrac{7}{2}(-1;0;1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=6-t \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=\dfrac{-9}{2}+t. \end{cases}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Vì $(\alpha): ax+by-z+c=0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ nên $c=-4$ và $a=2$.

Suy ra $(\alpha): 2x+by-z-4=0$.

Đặt $IH=x$, với $0<x<3\sqrt{3}$ ta có bán kính của (C) là $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{27-x^2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.IH=\frac{1}{3}\pi\left(27-x^2\right).x=\frac{1}{3\sqrt{2}}\pi\sqrt{\left(27-x^2\right)\cdot\left(27-x^2\right)\cdot 2x^2}\le 18\pi$.

$V_{\max}=18\pi$ khi $27-x^2=2x^2\Leftrightarrow x=3$.

Khi đó, $d\left(I,(\alpha)\right)=\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}=3\Leftrightarrow(2b+5)^2=9\left(b^2+5\right)\Leftrightarrow b=2$.

Vậy $a-b+c=-4$.

ও HẾT ঌ