

Câu 1. (2,75 điểm)

a) Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9} - \sqrt{4}$.

b) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) : \frac{2}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x + 3m$ đi qua điểm $B(1;5)$.

d) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Câu 2. (1,75 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 2$;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn: $2x_1 + 3x_2 + 3x_1x_2 = -11$.

Câu 3. (1,5 điểm)

Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì hoàn thành trong 12 ngày. Nếu họ làm riêng thì đội II hoàn thành công việc hết nhiều thời gian hơn đội I là 10 ngày. Hỏi nếu làm riêng, mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để xong công việc.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB , dây CD vuông góc với AB tại F . Gọi M là một điểm thuộc cung nhỏ BC (M khác B , M khác C), hai đường thẳng AM và CD cắt nhau tại E .

a) Chứng minh tứ giác $BMEF$ nội tiếp;

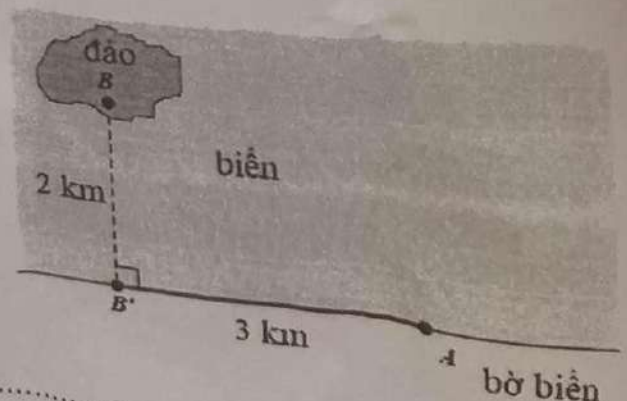
b) Chứng minh tia MA là phân giác của \widehat{CMD} ;

c) Chứng minh $AC^2 = AE \cdot AM$;

d) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng MD và AB , N là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC . Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEN nằm trên đường thẳng CI .

Câu 5. (0,5 điểm)

Một tỉnh dự định làm đường điện từ điểm A trên bờ biển đến điểm B trên một hòn đảo. B cách bờ một khoảng $BB' = 2$ km, A cách B' một khoảng $AB' = 3$ km (hình vẽ). Biết chi phí làm 1 km đường điện trên bờ là 5 tỷ đồng, dưới nước là 13 tỷ đồng. Tìm vị trí điểm C trên đoạn bờ biển AB' sao cho khi làm đường điện theo đường gấp khúc ACB thì chi phí thấp nhất (coi bờ biển là đường thẳng).



Hết

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022-2023
Môn thi: Toán (chuyên)
(Dành cho thí sinh thi vào Trường THPT Chuyên Hạ Long)
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (3,0 điểm)

a) Cho các số hữu tỉ x, y thỏa mãn $(3x-2)(3y-2)=1$. Chứng minh $A = \sqrt{x^2 - xy + y^2}$ là số hữu tỉ.

b) Giải phương trình: $6x^2 - 5x + 1 = x\sqrt{5x-1}$.

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + x = 6 \\ \frac{y^2}{x} + y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng với x là số nguyên bất kỳ thì $25x+1$ không thể viết được dưới dạng tích hai số nguyên liên tiếp.

b) Tìm tất cả các số thực x sao cho $\left\{ \frac{3x^2 + 2x + 1}{2x^2 + 1} \right\} = \frac{1}{2}$, trong đó kí hiệu $\{a\} = a - [a]$ với $[a]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá a .

Câu 3. (1,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y \leq z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = (2x^2 + 2y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{2z^2} \right).$$

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AH . Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB tại E (E khác B). Gọi D là một điểm trên cung nhỏ BE (D khác B , D khác E). Hai đường thẳng DC và AH cắt nhau tại G , đường thẳng EG cắt đường tròn (O) tại M (M khác E), hai đường thẳng AH và BM cắt nhau tại I , đường thẳng CI cắt đường tròn (O) tại P (P khác C).

- Chứng minh tứ giác $DGIP$ nội tiếp;
- Chứng minh $GA \cdot GI = GE \cdot GM$;
- Hai đường thẳng AD và BC cắt nhau tại N , DB và CP cắt nhau tại K . Chứng minh hai đường thẳng NK và AH song song với nhau.

Câu 5. (0,5 điểm)

Chứng minh rằng trong 16 số nguyên dương đôi một khác nhau nhỏ hơn 23, bao giờ cũng tìm được hai số khác nhau có tích là số chính phương.

..... Hết