

Câu I (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^2 + 8x + 7 = 0$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = -6 \\ 5x + 1 = 21 - y \end{cases}$.

Câu II (2,0 điểm)

1. Rút gọn $M = \sqrt{12} - \frac{1}{2}\sqrt{75} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$

2. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot (x - 1)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị lớn nhất của A .

Câu III (1,5 điểm)

Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m + 1)x - 2m$ với m là tham số.

a) Trong các điểm $M\left(\frac{-1}{2}; 1\right), N(\sqrt{5}; 5)$ điểm nào thuộc (P) .

b) Tìm m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ sao cho

$$y_1 + y_2 - x_1 x_2 = 1$$

Câu IV (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, $(AB < AC)$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BFEC.

b) Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại K. Chứng minh $KF \cdot KE = KB \cdot KC$.

c) Đường thẳng AK cắt đường tròn (O) tại M (M khác A). Chứng minh $\widehat{MAF} = \widehat{MEF}$.

d) Chứng minh đường thẳng MH luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.

Câu V (0,5 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$. Chứng minh $abc \leq \frac{1}{8}$.