

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Hàm số nào dưới đây là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $f(x) = x^2 - 1$ .      B.  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ .      C.  $f(x) = \sqrt{x} - 1$ .      D.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

Câu 2. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = 2$ . Tính  $f'(1)$ .

- A.  $f'(1) = -2$ .      B.  $f'(1) = 2$ .      C.  $f'(1) = 1$ .      D.  $f'(1) = 0$ .

Câu 3. Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , hàm số  $y = \sqrt{x}$  có đạo hàm là

- A.  $y' = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ .      B.  $y' = \frac{2}{\sqrt{x}}$ .      C.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .      D.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x + 1$ .

- A.  $y' = 2 \cos 2x$ .      B.  $y' = -2 \cos 2x$ .      C.  $y' = \cos 2x$ .      D.  $y' = -\cos 2x$ .

Câu 5. Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{5x+1}$  là

- A.  $y' = \frac{1}{(5x+1)^2}$ .      B.  $y' = -\frac{5}{(5x+1)^2}$ .      C.  $y' = -\frac{1}{(5x+1)^2}$ .      D.  $y' = \frac{5}{(5x+1)^2}$ .

Câu 6. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x + 2$  tại điểm  $M(2; 0)$  có hệ số góc bằng

- A. 3.      B. -15.      C. -9.      D. 9.

Câu 7. Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) < 0$  là

- A.  $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .      C.  $(-3; 1)$ .      D.  $(-1; 3)$ .

Câu 8. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi. Các mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với đáy. Mặt phẳng  $(SBD)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A.  $(ABCD)$ .      B.  $(SAC)$ .      C.  $(SAB)$ .      D.  $(SAD)$ .

Câu 9. Một chất điểm chuyển động thẳng với vận tốc được xác định bởi  $v(t) = 6t - t^2$  (m/s),  $t$  là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

- A. 3(m/s).      B. 6(m/s).      C. 9(m/s).      D. 12(m/s).

Câu 10. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - 3] = 4$ . Tính  $f(2)$ .

- A.  $f(2) = 7$ .      B.  $f(2) = -7$ .      C.  $f(2) = 1$ .      D.  $f(2) = -1$ .

**Câu 11.** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , cạnh bên bằng nửa cạnh đáy. Tính khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(A'BC)$ .

- A.  $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $a\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 12.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-10;10]$  sao cho đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+9)x + 2022$  có đúng hai tiếp tuyến với hệ số góc bằng 3?

- A. 13.                      B. 6.                      C. 15.                      D. 17.

## II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

**Câu 1. (1,5 điểm)** Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x-10}{x^2+x-6}$ ;                      b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-3-\sqrt{x^2+x+1})$ .

**Câu 2. (2,5 điểm)**

1) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a)  $y = x^4 - 2x^2 - 15$ ;                      b)  $y = x \cdot \cos x$ ;                      c)  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ .

2) Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị là  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm có hoành độ bằng 2.

**Câu 3. (2,5 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = \frac{1}{2}AD = 2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2\sqrt{2}a$ .

- a) Chứng minh rằng  $(SBC) \perp (SAB)$ .  
b) Tính khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(SBC)$ .  
c) Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .

**Câu 4. (0,5 điểm)** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết tiếp tuyến của đồ thị các hàm số  $y = f(x^4)$  và  $y = x^2 \cdot f(2x^2 - 1)$  tại điểm có hoành độ bằng  $-1$  vuông góc với nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = 4[f(1)]^2 - 4f(1) - 5$ .

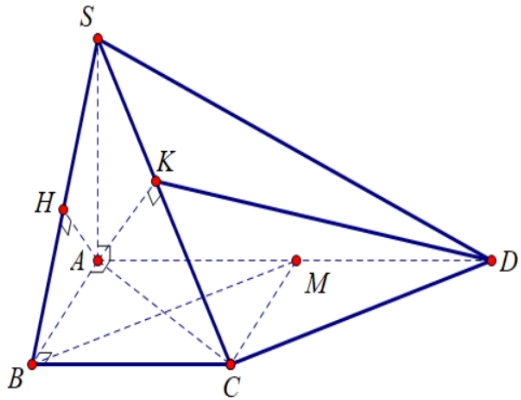
===== Hết =====

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)**

Với mỗi câu: Trả lời đúng được 0,25 điểm, trả lời sai 0 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	D	A	B	C	D	B	C	A	D	C

**II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
<b>1. (1,5 điểm)</b>		
a)	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x-10}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(x-2)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5}{x+3} = 1.$	0,75
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-3-\sqrt{x^2+x+1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( 2 - \frac{3}{x} - \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right) = +\infty.$	0,75
<b>2. (2,5 điểm)</b>		
1) Tính đạo hàm.		
a)	$y' = 4x^3 - 4x.$	0,5
b)	$y' = (x)' \cdot \cos x + x \cdot (\cos x)' = \cos x - x \cdot \sin x.$	0,5
c)	$y' = \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$	0,5
2) Viết phương trình tiếp tuyến.		
Với $x = 2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow M(2;5).$		0,25
Ta có $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}.$		0,25
Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M$ là $k = y'(2) = -3.$		0,25
Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -3(x-2) + 5 \Leftrightarrow y = -3x + 11.$		0,25
<b>3. (2,5 điểm)</b>		
a)	Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1). Lại có $ABCD$ là hình thang vuông tại $B$ nên $AB \perp BC$ (2). Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB).$	1
		
b)	Trong mặt phẳng $(SAB)$ dựng $AH \perp SB$ tại $H$ , chứng minh được $AH \perp (SBC).$ Từ đó $d(A, (SBC)) = AH.$	0,5

	<p>Trong tam giác <math>SAB</math> ta có</p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{8a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{8a^2}{3} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$ <p>Vậy <math>d(A, (SBC)) = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.</math></p>	0,5
	<p>c) Gọi <math>M</math> là trung điểm <math>AD \Rightarrow</math> tứ giác <math>ABCM</math> là hình vuông <math>\Rightarrow AC \perp BM</math>. Ta thấy <math>BC \parallel MD, BC = MD = 2a \Rightarrow</math> tứ giác <math>BCDM</math> là hình bình hành <math>\Rightarrow BM \parallel CD</math>. Từ đó <math>\Rightarrow CD \perp AC</math> và ta có <math>CD \perp SA</math> (do <math>SA \perp (ABCD)</math>) nên <math>CD \perp (SAC)</math>. Trong mặt phẳng <math>(SAC)</math> dựng <math>AK \perp SC</math> tại <math>K</math>, chứng minh được <math>AK \perp (SCD)</math> (3). Lại có <math>AD \perp SA, AD \perp AB \Rightarrow AD \perp (SAB)</math> (4). Từ (3) và (4) <math>\Rightarrow ((SAB), (SCD)) = (AK, AD) = KAD</math>.</p>	0,25
	<p>Ta có <math>AC = 2\sqrt{2}a</math> và <math>SA = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AK = 2a</math>. Trong tam giác vuông <math>AKD</math> vuông tại <math>K</math> ta có <math>\cos KAD = \frac{AK}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow KAD = 60^\circ</math>. Vậy <math>((SAB), (SCD)) = 60^\circ</math>.</p>	0,25
<b>4. (0,5 điểm)</b>		
	<p>Xét hàm số <math>y = f(x^4) \Rightarrow y' = 4x^3 \cdot f'(x^4) \Rightarrow</math> Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng <math>-1</math> có hệ số góc là <math>k_1 = -4f'(1)</math>. Xét hàm số <math>y = x^2 \cdot f(2x^2 - 1) \Rightarrow y' = 2x \cdot f(2x^2 - 1) + 4x^3 \cdot f'(2x^2 - 1) \Rightarrow</math> Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng <math>-1</math> có hệ số góc là <math>k_2 = -2f(1) - 4f'(1)</math>. Từ giả thiết ta có <math>k_1 \cdot k_2 = -1 \Leftrightarrow 4f'(1) \cdot [2f(1) + 4f'(1)] = -1</math> (*). Nếu <math>f'(1) = 0</math> thì không thỏa mãn (*) nên <math>f'(1) \neq 0 \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{8f'(1)} - 2f'(1)</math>.</p>	0,25
	<p>Ta thấy <math> f(1)  = \left  \frac{1}{8f'(1)} + 2f'(1) \right  = \left  \frac{1}{8f'(1)} \right  +  2f'(1)  \geq 2 \cdot \sqrt{\left  \frac{1}{8f'(1)} \right  \cdot  2f'(1) } = 1</math> nên</p> $\begin{cases} f(1) \geq 1 \\ f(1) \leq -1 \end{cases}.$ <p>Đặt <math>f(1) = t, t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)</math> ta có <math>T = 4t^2 - 4t - 5</math>. Lập bảng biến thiên cho <math>T</math> trên tập <math>(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)</math> ta được <math>\min T = -5</math>, đạt được khi <math>t = 1</math>, hay <math>f(1) = 1</math> và <math>f'(1) = -\frac{1}{4}</math>. Vậy <math>\min T = -5</math>, đạt được khi hàm <math>f(x)</math> đã cho thỏa mãn <math>f(1) = 1</math> và <math>f'(1) = -\frac{1}{4}</math>.</p>	0,25

**Lưu ý:** Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.