

Thời gian làm bài: 50 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$-\infty$	-1

Arrows in the original image indicate that the function value increases from -1 at $-\infty$ to $-\infty$ at $x = -2$, and then increases from $+\infty$ at $x = -2$ to -1 at $+\infty$.

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty; +\infty)$.
- D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	+		-	+
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$

Arrows in the original image indicate that the function value increases from $-\infty$ at $-\infty$ to 1 at $x = -1$, then decreases to -1 at $x = 0$, and finally increases to $+\infty$ at $+\infty$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 3. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x+3)(x^2 + 3x + 2)$ với trục Ox là

- A. 1.
- B.** 3.
- C. 0.
- D. 2.

Lời giải

$$(x+3)(x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Số giao điểm là 3

Câu 4. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = x^3 + x$. B. $y = -x^4 + x^2$. C. $y = -x^2 + x + 1$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = -2$ và $y = -3$. B. $x = -2$ và $y = 1$.
C. $x = -2$ và $y = 3$. D. $x = 2$ và $y = 1$.

Lời giải

Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = -3$

Câu 6. Môđun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A. 8. B. 7. C. 10. D. 5.

Lời giải

$$|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Câu 7: Cho 3 số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b = -\log_b a$.
B. $\log_{\sqrt{a}} b + \log_a c^2 = 2 \log_a (bc)$.
C. $\log_a b \cdot \log_a c = \log_a (bc)$.
D. $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

$$\log_{\sqrt{a}} b + \log_a c^2 = \log_{\frac{1}{2}} b + \log_a c^2 = 2 \log_a b + 2 \log_a c = 2(\log_a b + \log_a c) = 2 \log_a (bc)$$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta suy ra hàm số có 2 điểm cực đại

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4)^{-2}$ là

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Lời giải

Điều kiện $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$ nên TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$.

A. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$.

B. $y' = 2022 \cdot 2022^{x-1}$.

C. $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.

D. $y' = \frac{2022^{x+1}}{x+1}$.

Lời giải

$y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x - 1 > 0$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. \mathbb{R} .

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Bpt $3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 3^x > 1 \Leftrightarrow 3^x > 3^0 \Leftrightarrow x > 0$

Vậy tập nghiệm bpt là $(0; +\infty)$.

Câu 12. Cho hình khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 3 lần và giảm độ dài đường cao xuống 3 lần thì thể tích khối chóp $S.ABCD$ tăng

A. 2 lần.

B. 6 lần.

C. 3 lần.

D. 4 lần.

Lời giải

Thể tích khối chóp ban đầu $V = \frac{1}{3}B.h$, với B : diện tích đáy và h : chiều cao.

Nếu cạnh đáy tăng gấp 3 lần thì diện tích đáy lúc này là $9B$, chiều cao giảm 3 lần nên còn là $\frac{1}{3}h$.

Vậy thể tích khối chóp lúc này là $V' = \frac{1}{3} \cdot 9B \cdot \frac{1}{3}h = B.h = 3V$.

Câu 13. Cho số phức $z = 1 - 2i$, khi đó $3z$ bằng

A. $3 - 6i$.

B. $6 - 3i$.

C. $3 - 4i$.

D. $-6 + 4i$.

Lời giải

$3z = 3(1 - 2i) = 3 - 6i$

Câu 14: Diện tích mặt cầu có bán kính $\sqrt{2}R$ bằng

A. $4\pi R^2$.

B. $16\pi R^2$.

C. $8\sqrt{2}\pi R^2$.

D. $8\pi R^2$.

Lời giải

$S = 4\pi(\sqrt{2}R)^2 = 8\pi R^2$.

Câu 15: Cho một mặt cầu có bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao là $2R$. Tỷ số thể tích của khối cầu và khối trụ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 2.

Lời giải

$$\frac{V_C}{V_T} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi R^2 \cdot 2R} = \frac{2}{3}$$

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{1}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2^x \ln 2 - \frac{1}{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{1}{x} + C.$

Lời giải

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(-1) = 11$ và $\int_{-1}^2 f'(x)dx = 13$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A. 22.

B. 24.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^2 f'(x)dx = 13 \Rightarrow f(2) - f(-1) = 13 \Rightarrow f(2) = f(-1) + 13 = 24.$

Câu 18. Cho tích phân $I = \int_0^{\pi} x^2 \cos x dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx.$

B. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} x \sin x dx.$

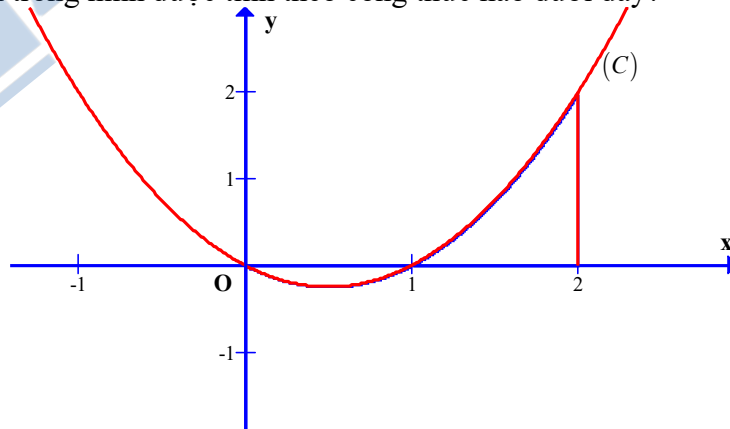
C. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} x \sin x dx.$

D. $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} + 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx.$

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \sin x \end{cases}$, suy ra $I = x^2 \sin x \Big|_0^{\pi} - 2 \int_0^{\pi} x \sin x dx.$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị (C) như hình vẽ. Diện tích S hình phẳng được tô đậm trong hình được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_0^2 f(x) dx.$

B. $S = \int_1^2 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = \int_0^2 -f(x) dx.$

Lời giải

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$, $B(-3; 5; 0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $(-4; 8; -2).$

B. $(-2; 4; -1).$

C. $(-2; 2; 2).$

D. $(-1; 1; 1).$

Lời giải

Dùng công thức tính tọa độ trung điểm đoạn thẳng tìm được $I(-1; 1; 1).$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z = 0$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1(4; 1; 0).$

B. $\vec{n}_3(0; 4; 1).$

C. $\vec{n}_4(1; 4; -2).$

D. $\vec{n}_2(-1; -4; 0).$

Lời giải

Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}(1; 4; 0)$, ta có véc tơ $\vec{n}_2(-1; -4; 0)$ cùng phương với $\vec{n}(1; 4; 0)$ nên $\vec{n}_2(-1; -4; 0)$ vuông góc với mp(P).

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -5)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = -2 + 2t \\ z = -5t \end{cases}$. Đường

thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = -5 - 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = -5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = -5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -5 - 5t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng cần viết song song với đường thẳng d nên nó nhận véc tơ chỉ phương của d là véc tơ $\vec{u}(-4; 2; -5)$ làm véc tơ chỉ phương, đường thẳng đó đi qua $A(3; 2; -5)$ ta viết được phương

trình: $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = -5 - 5t \end{cases}$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8y + 1 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-2; -8; 0), R = \sqrt{67}.$

B. $I(1; 4; 0), R = 4.$

C. $I(-1; -4; 0), R = 4.$

D. $I(2; 8; 0), R = \sqrt{67}.$

Lời giải

Dùng công thức xác định tâm , bán kính mặt cầu tìm được $I(1;4;0), R = 4$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(2;4;-1)$ và đi qua điểm $B(1;4;1)$ là

- A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 25$. **B.** $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 5$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 25$. D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (-1;0;2), AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5}$$

Mặt cầu (S) có tâm $A(2;4;-1)$, bán kính $R = AB = \sqrt{5}$ có phương trình :

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 5$$

Câu 25: Cho số nguyên n và k thỏa mãn $n \geq k \geq 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $P_n = n!$. **B.** $A_n^n = 1$. C. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $C_n^0 = 1$.

Lời giải

$$A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n! \Rightarrow \text{đáp án B sai}$$

Câu 26: Một đội công nhân có 18 công nhân nam và 16 công nhân nữ . Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 công nhân tham gia một buổi tập huấn ?

- A. 1122. B. 288. C. 34. **D.** 561.

Lời giải

Số công nhân của đội là : $18+16 = 34$

Số cách chọn 2 công nhân tham gia một buổi tập huấn là : $C_{34}^2 = 561$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 3, u_3 = -1$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** -2. B. -4. C. -1. D. 1.

Lời giải

$$u_3 = -1 \Leftrightarrow u_1 + 2d = -1 \Leftrightarrow 3 + 2d = -1 \Leftrightarrow d = -2$$

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} = 3+2i$. Phần ảo của z bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. C. 2. D. -2.

Lời giải

$$(1+i)\bar{z} = 3+2i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{3+2i}{1+i} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$$

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

- A. e^2 . **B.** $-2e$. C. e^{-2} . D. $-4e$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = e^x(x^2 - 3) + e^x \cdot 2x = e^x(x^2 + 2x - 3)$$

$$\text{Nên } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \notin [-2; 2] \end{cases}$$

Từ BBT của hàm số ta được $\min_{[-2; 2]} y = y(1) = -2e$.

Câu 30: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x - \log_4(x-3) = 2$ bằng

- A. 7. **B.** 16. C. 12. D. 8.

Lời giải

Đk $x > 3$

$$pt \Leftrightarrow \log_2 x - \frac{1}{2} \log_2(x-3) = 2 \Leftrightarrow 2 \log_2 x - \log_2(x-3) = 4 \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2(x-3).2^4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16(x-3) \Leftrightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = 4 \end{cases} \text{ (chọn)}$$

Suy ra tổng các nghiệm bằng 16

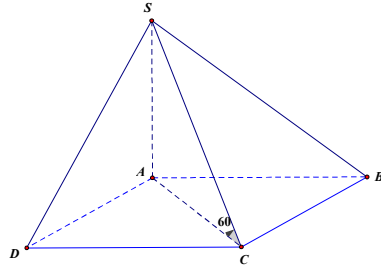
Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc đáy, $AB = 3a$, $AD = 4a$, góc giữa SC và đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng **A.**

- $20a^3\sqrt{2}$. **B.** $10a^3\sqrt{3}$. C. $10a^3\sqrt{2}$. **D.** $20a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

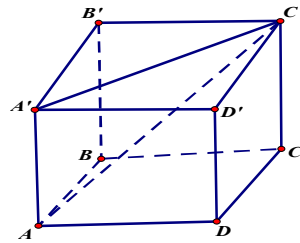
$$\begin{cases} SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 5a\sqrt{3} \\ S_{ABCD} = 3a \cdot 4a = 12a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = 20a^3\sqrt{3}$$



Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc $AC'A'$ khi quay quanh AA' bằng

- A.** $\pi a^2\sqrt{6}$.
 B. $\pi a^2\sqrt{3}$.
 C. $\pi a^2\sqrt{2}$.
 D. $\pi a^2\sqrt{5}$.



Lời giải

$$R = A'C' = a\sqrt{2}, \quad l = AC' = a\sqrt{3}$$

$$S_{xq} = \pi a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \pi a^2\sqrt{6}$$

Câu 33. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$. Giá trị $\int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ bằng

A. -6 .

B. $-\frac{3}{2}$.

C. -1 .

D. 5 .

Lời giải

Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow 2t = x \Rightarrow dx = 2dt$

Khi đó $\int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2 \cdot (-3) = -6$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;9]$ thỏa mãn $\int_0^9 f(x) dx = 10$ và $\int_3^5 f(x) dx = 7$.

Giá trị $\int_0^3 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx$ bằng

A. 17 .

B. 3 .

C. 7 .

D. -3 .

Lời giải

Ta có $P = \int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx = \int_0^9 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx = 10 - 7 = 3$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng: $(\alpha): 2x - y + z + 5 = 0$, $(\beta): 2x - z + 3 = 0$.

Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) ?

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-8}{4} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Ta có $\vec{n}_\alpha = (2; -1; 1)$, $\vec{n}_\beta = (2; 0; -1)$ lần lượt là véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;8;3)$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng và nhận véc tơ

$\vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (1; 4; 2)$ làm véc tơ chỉ phương, viết được pt $d: \frac{x}{1} = \frac{y-8}{4} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua 2 điểm

$A(2;1;2)$, $B(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) .

A. $2x + z - 4 = 0$.

B. $y - 2z + 3 = 0$.

C. $3y + z - 5 = 0$.

D. $x + y - 3 = 0$.

Lời giải

$\vec{AB}(-1;1;-3)$, $\vec{k}(0;0;1)$

Mặt phẳng cần viết đi qua A và nhận véc tơ $\vec{n} = [\overline{AB}, \vec{k}] = (1; 1; 0)$ làm véc tơ pháp tuyến. Viết được pt: $x + y - 3 = 0$.

Câu 37: Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra không có quá 1 phế phẩm.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{15}$. **C. $\frac{2}{3}$.** D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải

$$P = \frac{C_8^6 + C_2^1 \cdot C_8^5}{C_{10}^6} = \frac{2}{3}$$

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tỉ số $\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{V_{ABB'C'}}$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. **B. 3.** C. $\frac{1}{3}$. D. 6.

Lời giải

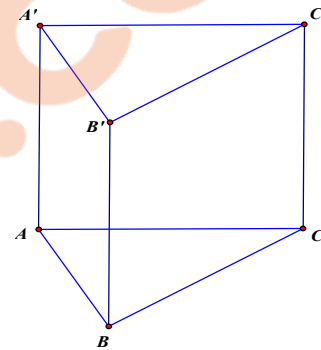
Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

$$\Rightarrow S_{BB'C'} = \frac{1}{2} S_{BB'C'C} \Rightarrow V_{A.BB'C'} = \frac{1}{2} V_{A.BB'C'C}$$

$$\text{Lại có: } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{ABB'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{ABCA'B'C'}}{V_{ABB'C'}} = 3$$



Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[2 - \log_5(3^x - 2)] \sqrt{5^{x+1} - 5^{1-x} - 24} \geq 0$?

- A. 2. **B. 3.** C. 1. D. 4.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 5^{x+1} - 5^{1-x} - 24 \geq 0 \\ 3^x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$(2 - \log_5(3^x - 2)) \sqrt{5^{x+1} - 5^{1-x} - 24} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x+1} - 5^{1-x} - 24 = 0 \\ 2 - \log_5(3^x - 2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ \log_5(3^x - 2) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3^x - 2 \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có $1 \leq x \leq 3$

Vậy: Có 3 số nguyên thỏa mãn bài toán

Câu 40. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng a . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy tâm O sao cho tam giác OAB đều. Biết diện tích của tam giác SAB bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.** $\frac{1}{2}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{4}\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** πa^3 .

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB .

$$\text{Ta có: } \frac{S_{\Delta SAB}}{S_{\Delta OAB}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot SI}{\frac{1}{2}AB \cdot OI} = \frac{SI}{OI} = 2 \Rightarrow SI = 2OI = a\sqrt{3}$$

$$SO = \sqrt{SI^2 - IO^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}a$$

$$V = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}\pi a^3$$

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^5(x+1)^4(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số

$$g(x) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \text{ là}$$

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 0 \end{cases} \text{ và } g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2} f'\left(\frac{x-1}{x+1}\right).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x+1} = -1 \\ \frac{x-1}{x+1} = 2 \\ \frac{x-1}{x+1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lại có $x = 0$ là nghiệm bội chẵn nên suy ra hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-2}$, $f(1) = 2021$,

$$f(3) = 2022. \text{ Tính } P = \frac{f(2023)}{f(-2019)}.$$

$$\begin{array}{ll} \text{A. } P = \ln 4042 . & \text{B. } P = \frac{\ln 2021}{\ln 2022} . \\ \text{C. } P = \ln \frac{2021}{2022} . & \text{D. } P = \frac{2022 + \ln 2021}{2021 + \ln 2021} . \end{array}$$

Lời giải

Trên khoảng $(2; +\infty)$: $\int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \ln(x-2) + C_1 \Rightarrow f(x) = \ln(x-2) + C_1$.

Mà $f(3) = 2022 \Rightarrow C_1 = 2022$.

Trên khoảng $(-\infty; 2)$: $\int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \ln(2-x) + C_2 \Rightarrow f(x) = \ln(2-x) + C_2$.

Mà $f(1) = 2021 \Rightarrow C_2 = 2021$.

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} \ln(x-2) + 2022 & \text{ khi } x > 2 \\ \ln(2-x) + 2021 & \text{ khi } x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{f(2023)}{f(-2019)} = \frac{2022 + \ln 2021}{2021 + \ln 2021}.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 8 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và tiếp xúc với mặt cầu (S) .

$$\begin{array}{ll} \text{A. } 5x - (3 - 2\sqrt{6})y = 0, & 5x + (3 + 2\sqrt{6})y = 0. \\ \text{B. } (2 + 3\sqrt{6})x - 5z = 0, & (2 - 3\sqrt{6})x - 5z = 0. \\ \text{C. } 5x - (2 + 3\sqrt{6})y = 0, & 5x - (2 - 3\sqrt{6})y = 0. \\ \text{D. } (3 - 2\sqrt{6})x + 5z = 0, & (3 + 2\sqrt{6})x + 5z = 0. \end{array}$$

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{6}$

Mặt phẳng (P) chứa trục Oy có phương trình dạng $Ax + Cz = 0, A^2 + C^2 > 0$

$$\begin{aligned} \text{Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên ta có} \quad d(I; (P)) = R &\Leftrightarrow \frac{|A + 3C|}{\sqrt{A^2 + C^2}} = \sqrt{6} \\ &\Leftrightarrow (A + 3C)^2 = 6(A^2 + C^2) \Leftrightarrow 5A^2 - 6AC - 3C^2 = 0(*) \end{aligned}$$

Với $C = 0$, từ $(*)$ suy ra $A = 0$: Vô lí, do đó $C \neq 0$

$$\text{Ta có } (*) \Leftrightarrow 5\left(\frac{A}{C}\right)^2 - 6\frac{A}{C} - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{A}{C} = \frac{3 - 2\sqrt{6}}{5} \\ \frac{A}{C} = \frac{3 + 2\sqrt{6}}{5} \end{cases}$$

$$+\text{Với } \frac{A}{C} = \frac{3 - 2\sqrt{6}}{5}, \text{ chọn } A = 3 - 2\sqrt{6}, C = 5 \text{ ta có mp } (P_1): (3 - 2\sqrt{6})x + 5z = 0$$

$$+\text{Với } \frac{A}{C} = \frac{3 + 2\sqrt{6}}{5}, \text{ chọn } A = 3 + 2\sqrt{6}, C = 5 \text{ ta có mp } (P_2): (3 + 2\sqrt{6})x + 5z = 0$$

Câu 44: Biết rằng đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_b x$ cắt nhau tại điểm

$M\left(\frac{1}{\sqrt{5}}; \sqrt{5}\right)$. Khi đó, điều kiện nào dưới đây là đúng?

- A. $0 < a < 1$ và $0 < b < 1$. B. $a > 1$ và $b > 1$.
 C. $0 < a < 1$ và $b > 1$. **D.** $a > 1$ và $0 < b < 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị :

+ Đồ thị hàm $y = a^x$ đi qua $(0;1)$, $M\left(\frac{1}{\sqrt{5}}; \sqrt{5}\right)$ suy ra $a > 1$

+ Đồ thị hàm $y = \log_b x$ đi qua $(1;0)$, $M\left(\frac{1}{\sqrt{5}}; \sqrt{5}\right)$ suy ra $0 < b < 1$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, một mặt phẳng qua A và qua trung điểm của cạnh SC , cắt cạnh SB, SD lần lượt tại M và N . Đặt $\frac{SM}{SB} = x$ và $\frac{SN}{SD} = y$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $x + y = 3xy$. B. $x + y = 2xy$.
 C. $x + y = 4xy$. D. $x + y = xy$.

Lời giải

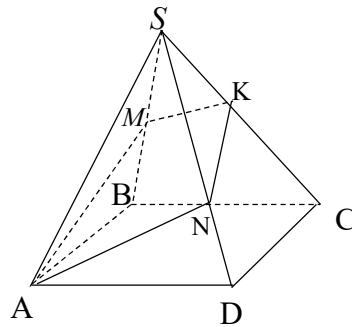
Ta có $V_1 = V_{SAMK} + V_{SANK}$

$$\frac{V_{SAMK}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} \Rightarrow V_{SANK} = \frac{xV}{4}$$

Tương tự $V_{SANK} = \frac{yV}{4} \Rightarrow V_1 = \frac{V}{4}(x + y)$

$$\text{Mà } V_1 = V_{SAMN} + V_{SMNK} = \frac{xyV}{2} + \frac{xyV}{4} = \frac{3xyV}{4}$$

Do đó $x + y = 3xy$.



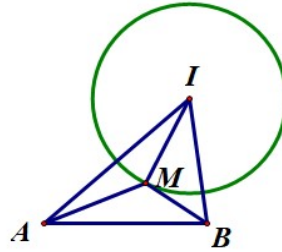
Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y + 9 = 0$ và hai điểm $A(4;2;1)$, $B(3;0;0)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA + MB$ bằng

- A. $4\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Gọi $I(-1;4;0)$, $R = 2\sqrt{2}$ là tâm và bán kính mặt cầu, ta có $\overline{IB} = (4; -4; 0)$.

$$\text{Xét } BM^2 = \overline{IM}^2 + \overline{IB}^2 - 2\overline{IM} \cdot \overline{IB} = 40 - 2\overline{IM} \cdot \overline{IB}.$$



Đặt $\overline{IB} = 4\overline{IC} \Leftrightarrow \overline{IC} = (1; -1; 0) \Leftrightarrow C(0; 3; 0)$. Khi đó điểm C nằm trong mặt cầu, A ngoài mặt cầu và

$$BM^2 = 40 - 8\overline{IM} \cdot \overline{IC} = 4(8 + 2 - 2\overline{IM} \cdot \overline{IC}) = 4CM^2 \Leftrightarrow MB = 2MC.$$

$$P = 2MA + MB = 2(MC + MA) \geq 2AC = 6\sqrt{2}.$$

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $2 \leq x \leq 2022$,

$$1 \leq y \leq 2022 \text{ và } \log_2 \sqrt[4]{\frac{y+3}{2x+1}} + 4^x = 2^{y+2}?$$

A. 1011.

B. 1010.

C. 1009.

D. 1012.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{4} \log_2 \frac{y+3}{2x+1} + 4^x = 2^{y+2} \Leftrightarrow \log_2 \frac{y+3}{2x+1} + 2^{2x+2} = 2^{y+4}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(y+3) - 2^{y+4} = \log_2(2x+1) - 2^{2x+2} \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = \log_2 t - 2^{t+1} \quad \forall t \in [4; +\infty)$

$$f'(t) = \frac{1 - t \cdot 2^{t+1} \ln 2 \cdot \ln 2}{t \cdot \ln 2} < 0 \quad \forall t \in [4; +\infty)$$

Suy ra: (1) $\Leftrightarrow y+3 = 2x+1 \Leftrightarrow y = 2x-2$

$$\text{Do } 1 \leq y \leq 2022 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq 1012 \Rightarrow x \in \{2; 3; \dots; 1012\}$$

Do đó: $(x; y) \in \{(2; 2); (3; 4); \dots; (1012; 2022)\}$ có 1011 cặp thỏa mãn ycbt

Câu 48. Biết hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x + 1$ ($a, b \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$) đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2

thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$ và $f(x_1) + f(x_2) = \frac{10}{3}$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua

hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 3$$

Giả sử hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 ta có : $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = 4 \Rightarrow b = -6a$

Mặt khác: $f(x_1) + f(x_2) = a(x_1^3 + x_2^3) + b(x_1^2 + x_2^2) + 3(x_1 + x_2) + 2 = \frac{10}{3}$

$$\Leftrightarrow a[(x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)] + b[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] + \frac{32}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow a\left(64 - \frac{12}{a}\right) + b\left(16 - \frac{2}{a}\right) + \frac{32}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow -32a + \frac{32}{3} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow b = -2$$

Vậy: hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

Tọa độ các điểm cực trị $\left(1; \frac{7}{3}\right)$ và $(3; 1)$ suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị

$$g(x) = -\frac{2}{3}x + 3$$

Hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là $x = 1; x = 2; x = 3$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f(x)$ và $g(x)$ là

$$S = \int_1^2 \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1 - \left(-\frac{2}{3}x + 3\right)\right) dx + \int_2^3 \left(-\frac{2}{3}x + 3 - \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1\right)\right) dx = \frac{1}{6}$$

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho z không phải là số thực và số phức

$w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của

$P = |z_1 - 3i|^2 + |z_2 - 3i|^2$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 2.

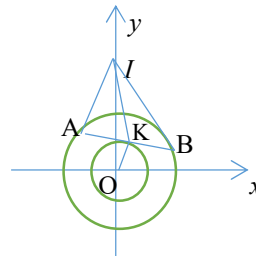
D. 10.

Lời giải

Vì z không là số thực nên $z - \bar{z} \neq 0$.

Ta có $w = \frac{z}{2+z^2} \rightarrow \bar{w} = \frac{\bar{z}}{2+\bar{z}^2} = \frac{\bar{z}}{2+z^2}$.

Vì w là số thực nên $w = \bar{w} \Leftrightarrow \frac{z}{2+z^2} = \frac{\bar{z}}{2+z^2}$



$$\Leftrightarrow z(2+\bar{z}^2) = \bar{z}(2+z^2) \Leftrightarrow 2(z-\bar{z}) = z.\bar{z}(z-\bar{z}) \Leftrightarrow \begin{cases} z-\bar{z}=0 \text{ (loại)} \\ z.\bar{z}=2 \end{cases} \Leftrightarrow |z|^2 = 2 \rightarrow |z| = \sqrt{2}.$$

Suy ra tập các số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$ (trừ giao điểm đường tròn và trục hoành)

Gọi $z_1 = x_1 + y_1i$ và $z_2 = x_2 + y_2i$ điểm biểu diễn z_1 và z_2 lần lượt là $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$

$I(0; 2)$ là điểm biểu diễn của $3i$, $|z_1 - z_2| = AB = 2$

$$P = |z_1 - 3i|^2 + |z_2 - 3i|^2 = IA^2 + IB^2$$

Gọi K là trung điểm AB , $OK = \sqrt{R^2 - KA^2} = 1 \Rightarrow K$ thuộc đường tròn tâm O , bán kính $r = 1$

$$\text{Ta có } 2IK^2 = IA^2 + IB^2 - \frac{AB^2}{2} \Leftrightarrow IA^2 + IB^2 = 2IK^2 + 2$$

$$IK \geq |IO - OK| = |3 - 1| = 2$$

Dấu "=" xảy ra khi I, K, O thẳng hàng $\Leftrightarrow z_1 = 1 - i$ và $z_2 = -1 + i$

Vậy: $\text{Min}P = 10$ khi $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = -1 + i$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(0) = 1$ và

$3f'(x).f^2(x).e^{f^3(x)-x^2-1} = 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^3 - 3x^2 - m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $3f'(x).f^2(x).e^{f^3(x)-x^2-1} = 2x.e^{x^2+1} \Leftrightarrow [e^{f^3(x)}]' = 2x.e^{x^2+1}$

$$\Rightarrow e^{f^3(x)} = \int 2xe^{x^2+1} dx = \int e^{x^2+1} d(x^2+1) = e^{x^2+1} + C. \text{ Do}$$

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow e = e + C \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow e^{f^3(x)} = e^{x^2+1} \Leftrightarrow f^3(x) = x^2 + 1 \Leftrightarrow f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$$

$$y' = (3x^2 - 6x).f'(x^3 - 3x^2 - m) = \frac{2(3x^2 - 6x)(x^3 - 3x^2 - m)}{3\sqrt[3]{[(x^3 - 3x^2 - m)^2 + 1]^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x^3 - 3x^2 - m = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Hàm số có đúng 5 điểm cực trị \Leftrightarrow phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 0 và 2

\Leftrightarrow đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ khác 0 và

$$2 \Leftrightarrow y_{CT} < m < y_{CD} \Leftrightarrow -4 < m < 0$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}$$

Số giá trị tham số m cần tìm là 3

mamon	made	cautron	dapan
101	101	1	D
101	101	2	B
101	101	3	A
101	101	4	C
101	101	5	B
101	101	6	C
101	101	7	A
101	101	8	C
101	101	9	A
101	101	10	D
101	101	11	D
101	101	12	D
101	101	13	D
101	101	14	C
101	101	15	B
101	101	16	C
101	101	17	C
101	101	18	B
101	101	19	D
101	101	20	D
101	101	21	A
101	101	22	B
101	101	23	C
101	101	24	C
101	101	25	D
101	101	26	A
101	101	27	B
101	101	28	A
101	101	29	B
101	101	30	C
101	101	31	A
101	101	32	B
101	101	33	D
101	101	34	D
101	101	35	C
101	101	36	B
101	101	37	B
101	101	38	C
101	101	39	C
101	101	40	B

101	101	41	D
101	101	42	D
101	101	43	D
101	101	44	A
101	101	45	A
101	101	46	A
101	101	47	A
101	101	48	A
101	101	49	B
101	101	50	D
101	102	1	A
101	102	2	B
101	102	3	C
101	102	4	C
101	102	5	B
101	102	6	C
101	102	7	C
101	102	8	A
101	102	9	D
101	102	10	B
101	102	11	B
101	102	12	C
101	102	13	B
101	102	14	C
101	102	15	C
101	102	16	D
101	102	17	B
101	102	18	A
101	102	19	A
101	102	20	B
101	102	21	C
101	102	22	D
101	102	23	D
101	102	24	D
101	102	25	A
101	102	26	A
101	102	27	C
101	102	28	B
101	102	29	B
101	102	30	A
101	102	31	A

101	102	32	D
101	102	33	C
101	102	34	B
101	102	35	D
101	102	36	B
101	102	37	D
101	102	38	A
101	102	39	B
101	102	40	D
101	102	41	D
101	102	42	D
101	102	43	A
101	102	44	A
101	102	45	C
101	102	46	D
101	102	47	B
101	102	48	A
101	102	49	D
101	102	50	A
101	103	1	D
101	103	2	D
101	103	3	A
101	103	4	B
101	103	5	C
101	103	6	A
101	103	7	C
101	103	8	C
101	103	9	C
101	103	10	A
101	103	11	A
101	103	12	D
101	103	13	A
101	103	14	C
101	103	15	D
101	103	16	A
101	103	17	B
101	103	18	D
101	103	19	B
101	103	20	D
101	103	21	C
101	103	22	C

101	103	23	A
101	103	24	B
101	103	25	B
101	103	26	B
101	103	27	D
101	103	28	A
101	103	29	B
101	103	30	B
101	103	31	A
101	103	32	B
101	103	33	A
101	103	34	D
101	103	35	D
101	103	36	C
101	103	37	B
101	103	38	C
101	103	39	D
101	103	40	C
101	103	41	D
101	103	42	D
101	103	43	A
101	103	44	B
101	103	45	A
101	103	46	A
101	103	47	A
101	103	48	D
101	103	49	C
101	103	50	C
101	104	1	D
101	104	2	B
101	104	3	C
101	104	4	C
101	104	5	D
101	104	6	B
101	104	7	C
101	104	8	C
101	104	9	A
101	104	10	A
101	104	11	B
101	104	12	B
101	104	13	B

101	104	14	A
101	104	15	A
101	104	16	D
101	104	17	D
101	104	18	A
101	104	19	D
101	104	20	C
101	104	21	C
101	104	22	A
101	104	23	C
101	104	24	B
101	104	25	D
101	104	26	D
101	104	27	A
101	104	28	A
101	104	29	C
101	104	30	B
101	104	31	B
101	104	32	D
101	104	33	D
101	104	34	C
101	104	35	D
101	104	36	B
101	104	37	D
101	104	38	C
101	104	39	B
101	104	40	A
101	104	41	D
101	104	42	D
101	104	43	A
101	104	44	B
101	104	45	A
101	104	46	D
101	104	47	C
101	104	48	C
101	104	49	B
101	104	50	C

 **TAILIEU.COM**