

Bài I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{3\sqrt{x}+9}{25-x} \quad \text{và} \quad B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5} \quad (x \geq 0; x \neq 25)$$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 81$

2. Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}+3}$

3. Đặt $P = A \cdot B$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P đạt giá trị nguyên lớn nhất?

Bài II. (2,5 điểm)

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh vườn hình chữ nhật trước đây có chu vi là 124m. Người ta mở rộng chiều dài thêm 5m và chiều rộng thêm 3m. Do đó diện tích mảnh vườn tăng thêm 255 m². Hỏi mảnh vườn ban đầu có diện tích là bao nhiêu?

2. Tính diện tích sơn cần dùng để sơn phủ kín mặt ngoài của một đoạn ống nước hình trụ có chiều dài là 4m và đường kính đáy bằng 20cm (Biết $\pi \approx 3,14$. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài III. (2 điểm)

1. Giải phương trình $x^4 - 2x^2 - 15 = 0$

2. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 3$

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = 2$

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 > 25$$

Bài IV. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O,R) và dây BC cố định (BC không đi qua tâm O). Gọi A là điểm chính giữa cung nhỏ BC, OA cắt BC tại I, lấy điểm E thuộc cung lớn BC. Nối AE cắt BC tại D. Kẻ CH vuông góc với AE tại H, CH cắt BE tại M.

a) Chứng minh 4 điểm A, I, H, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle ABD$ đồng dạng với $\triangle AEB$, từ đó suy ra $AB^2 = AE \cdot AD$

c) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp $\triangle BDE$ tiếp xúc với AB. Tìm vị trí của điểm E để diện tích $\triangle MAC$ lớn nhất.

Bài V. (0,5 điểm) Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} + \sqrt{a+b}$

-----Hết-----