SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2021-2022
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 001

Họ và tên thí sinh: .... **Số báo danh:** ....

Câu 1. Hàm số nào dưới đây nhận $x = 1$ làm điểm cực đại?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. **D.** $y = x^2 - 2x + 1$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$. **B.** $y = -3x^3 - x + 1$.
C. $y = x^3 - 2x + 1$. **D.** $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+7}{x-3}$ là đường thẳng

A. $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 3$. **D.** $y = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x (x-1) + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x (x+1) + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$.

Câu 5. Có bao nhiêu véctơ khác véctơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của một ngũ giác?

A. A_5^2. **B.** P_5. **C.** 5^2. **D.** C_5^2.

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -1$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{5}{3}}$ bằng

A. $\sqrt[5]{a^3}$. **B.** $a^5 \cdot a^3$. **C.** $\dfrac{a^5}{a^3}$. **D.** $\sqrt[3]{a^5}$.

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(1000a)$ bằng

A. $(\log a)^3$. **B.** $3\log a$. **C.** $\dfrac{1}{3} + \log a$. **D.** $3 + \log a$.

Câu 9. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 6.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $3\mathrm{e}^{x} + C$. **B.** $3\mathrm{e}^{3x} + C$. **C.** $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{x} + C$.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x+3) < \log_{\frac{2}{3}}(2x-1)$ là

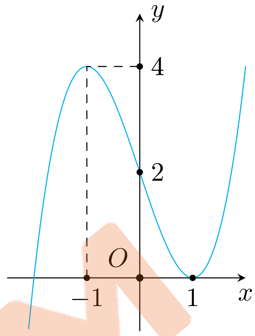
A. $S = (-3; 4)$. **B.** $S = \left(\dfrac{1}{2}; 4\right)$. **C.** $S = (-\infty; 4)$. **D.** $S = (4; +\infty)$.

Câu 12.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.



Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \dfrac{1}{3}$ là

A. $x = \dfrac{1}{3}$. **B.** $x = 27$. **C.** $x = \sqrt[3]{3}$. **D.** $x = \dfrac{1}{27}$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 5$. Giá trị của công bội q bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 3.

Câu 15. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 3.

A. $S_{xq} = 27\pi$. **B.** $S_{xq} = 9\pi$. **C.** $S_{xq} = 36\pi$. **D.** $S_{xq} = 18\pi$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** -2. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

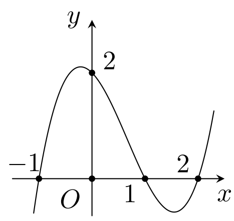
A. $y' = \dfrac{\ln 5}{x}$. **B.** $y' = \dfrac{x}{\ln 5}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 5}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{x}$.

Câu 18.

Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = (x^2-1)(x+2)$. **B.** $y = (x^2-1)(x-2)$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$.



Câu 19. Cho a và b là các số thực dương tùy ý. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$ và $\log_b\left(\frac{1}{3}\right) < \log_b\left(\frac{1}{4}\right)$ thì

A. $a > 1{,}0 < b < 1$. **B.** $0 < a < 1$, $0 < b < 1$.

C. $a > 1$, $b > 1$. **D.** $0 < a < 1$, $b > 1$.

Câu 20. Cho khối chóp có thể tích bằng 30 cm^3 và chiều cao bằng 5 cm. Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng

A. 6 cm^2. **B.** 18 cm^2. **C.** 24 cm^2. **D.** 12 cm^2.

Câu 21. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{16-x^2} \geq 81$.

A. 9. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 22. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Biết xác suất để trong 3 số được chọn có ít nhất một số chẵn bằng $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên tố. Tổng $a+b$ bằng

A. 21. **B.** 63. **C.** 108. **D.** 36.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+3)(x+2)^3(x^2-4)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(-2)>\max\{f(-3);f(2)\}$. **B.** $f(-3)<f(-2)<f(2)$.

C. $f(-2)<\min\{f(-3);f(2)\}$. **D.** $f(-3)>f(-2)>f(2)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $(2{,}4)^{3x+1}=\left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-5$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Câu 25. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 4, 5 là

A. $\frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** 50π. **C.** $\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{50\pi}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $4f^2(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 27. Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác đều có cạnh $4\sqrt{3}$ cm. Thể tích của khối nón đó là

A. 8 cm^3. **B.** 12 cm^3. **C.** 24π cm^3. **D.** 36π cm^3.

Câu 28. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{(x-1)\sqrt{x-2}}{x^2-4}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{4x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Thương $\frac{M}{m}$ bằng

A. 11. **B.** $\frac{11}{9}$. **C.** $\frac{9}{11}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Câu 30. Cho khối hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^\circ$, đường thẳng AC_1 tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60°. Tính thể tích khối hộp đã cho.

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 31. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC, $A'M=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{27a^3}{8}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{9a^3}{8}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 32. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{EA} = -3\overrightarrow{EB}$. Khi đó thể tích khối tứ diện $EBCD$ bằng

A. $\dfrac{V}{2}$. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{V}{5}$. **D.** $\dfrac{V}{4}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \dfrac{ax-2}{cx+d}$ với $a, c, d \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	3

Giá trị nguyên âm lớn nhất mà c có thể nhận là

A. -3. **B.** -2. **C.** -4. **D.** -1.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$. Giá trị của $\sin\alpha$ bằng

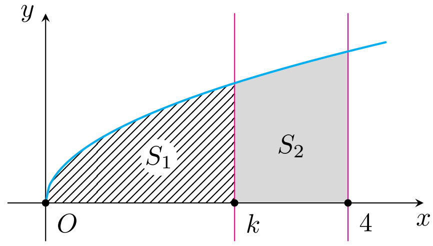
A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $9\sqrt{3}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 36.

Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $x = k$ $(0 < k < 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ. Để $S_1 = 4S_2$ thì giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(3{,}1; 3{,}3)$. **B.** $(3{,}7; 3{,}9)$. **C.** $(3{,}3; 3{,}5)$. **D.** $(3{,}5; 3{,}7)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x) - f(x) = \mathrm{e}^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

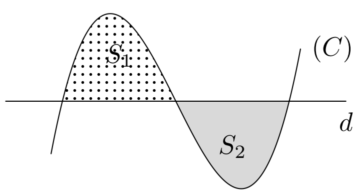
A. $f(1) = \mathrm{e}$. **B.** $f(1) = 2\mathrm{e}$. **C.** $f(1) = \mathrm{e} + 1$. **D.** $f(1) = \mathrm{e} - 1$.

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $BC = 2$, $AA' = 1$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (AID') bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{46}}{23}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{46}}{46}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{46}}{46}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{46}}{23}$.

Câu 39.

Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d : $y = -45m - 2$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + x + 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Số phần tử của tập X là



A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 40. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn điều kiện $\int\limits_0^1 [f(x) + g(x)]\, dx = 8$ và $\int\limits_0^1 [f(x) + 2g(x)]\, dx = 11$. Giá trị của biểu thức $\int\limits_{2021}^{2022} f(2022 - x)\, dx + 5\int\limits_0^{\frac{1}{3}} g(3x)\, dx$ bằng

A. 10. **B.** 0. **C.** 20. **D.** 5.

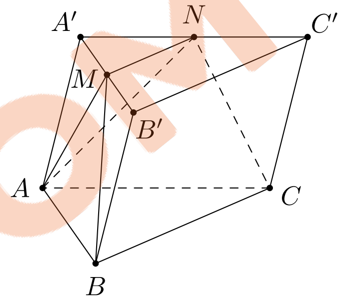
Câu 41. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AC' cắt các cạnh $BC, CD, DD', D'A', A'B', B'B$ lần lượt tại các điểm M, N, P, Q, R, S. Thể tích khối chóp $A.MNPQRS$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 42.

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $BC = 5a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng $4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ là

A. $V = 12a^3$. **B.** $V = 16a^3$. **C.** $V = 14a^3$. **D.** $V = 8a^3$.



Câu 43. Cho hình nón (T) đỉnh S, chiều cao bằng 2, đáy là đường tròn (C_1) tâm O, bán kính $R = 2$. Khi cắt (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I. Lấy hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn (C_2) và (C_1) sao cho góc giữa $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{OB}$ là $60°$. Thể tích của khối tứ diện $IAOB$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 36$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và Ox giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là 2, 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox bằng $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản với $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tổng $m + n$ bằng

A. 846. **B.** 845. **C.** 848. **D.** 847.

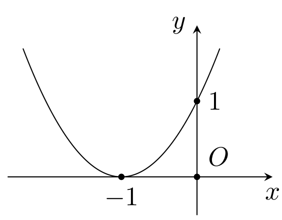
Câu 45. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = (m+1)x + 5$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{48}{3}$. **C.** $\frac{64}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Câu 46.

Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(e^x - 1) - x - m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. $m < f(2)$. **B.** $m > f(0)$. **C.** $m < f(0)$. **D.** $m > f(2)$.



Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 3NB$. Mặt phẳng (P) thay đổi

đi qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt P, Q. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.MNPQ$.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{27}{80}V$. **C.** $\frac{27}{40}V$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Câu 48. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3\log_a(b^2 + 16b - 16) + \frac{16}{27} \cdot \log^3_{\frac{b}{a}} a$.

A. 8. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 17.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm m để phương trình $|f(x-1)+2| = m$ có 4 nghiệm thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < 1 < x_4$.

A. $4 < m < 6$. **B.** $3 < m < 6$. **C.** $2 < m < 6$. **D.** $2 < m < 4$.

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Một mặt cầu (J) (J và S cùng phía với $(ABCD)$) tiếp xúc với $(ABCD)$ tại A, đồng thời tiếp xúc ngoài với mặt cầu nội tiếp hình chóp. Một mặt phẳng (P) đi qua J và BC. Gọi φ là góc giữa (P) và $(ABCD)$. Tính $\tan\varphi$ biết các đường chéo của thiết diện của hình chóp cắt bởi (P) lần lượt cắt và vuông góc với SA, SD.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

——— HẾT ———

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN CHI TIẾT
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2021-2022
Môn: TOÁN

Mã đề thi 001

Họ và tên thí sinh: .... **Số báo danh:** ....

Câu 1. Hàm số nào dưới đây nhận $x = 1$ làm điểm cực đại?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$.
B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.
D. $y = x^2 - 2x + 1$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có $y' = 3x^2 - 12x + 9$ và $y'' = 6x - 12$. Dễ thấy $y'(1) = 0$ và $y''(1) < 0$ nên $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$.
B. $y = -3x^3 - x + 1$.
C. $y = x^3 - 2x + 1$.
D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = -3x^3 - x + 1$ xác định trên $\mathbb{R}$ có $y' = -9x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = -3x^3 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+7}{x-3}$ là đường thẳng

A. $x = 3$.
B. $x = 2$.
C. $y = 3$.
D. $y = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x \to 3^+} y = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2x+7}{x-3} = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to 3^-} y = \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2x+7}{x-3} = -\infty$ nên $x = 3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x(x-1) + C$.
B. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.
C. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x(x+1) + C$.
D. $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}(\mathrm{e}^x) = x\mathrm{e}^x - \int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x + C = \mathrm{e}^x(x-1) + C$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Có bao nhiêu véctơ khác véctơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của một ngũ giác?

A. A_5^2.
B. P_5.
C. 5^2.
D. C_5^2.

Lời giải.

Mỗi véctơ thỏa mãn đề tương ứng với một chỉnh hợp chập 2 của 5 đỉnh của ngũ giác. Vậy có A_5^2 véctơ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

(A) $x = -2$. (B) $x = 1$. (C) $x = 3$. (D) $x = -1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{5}{3}}$ bằng

(A) $\sqrt[5]{a^3}$. (B) $a^5 \cdot a^3$. (C) $\dfrac{a^5}{a^3}$. (D) $\sqrt[3]{a^5}$.

Lời giải.

Ta có $a^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{a^5}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 8. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(1000a)$ bằng

(A) $(\log a)^3$. (B) $3\log a$. (C) $\dfrac{1}{3} + \log a$. (D) $3 + \log a$.

Lời giải.

Ta có $\log(1000a) = \log 1000 + \log a = 3 + \log a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\displaystyle\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 2. (C) -6. (D) 6.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

(A) $3\mathrm{e}^x + C$. (B) $3\mathrm{e}^{3x} + C$. (C) $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$. (D) $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^x + C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}(3x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + C$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x+3) < \log_{\frac{2}{3}}(2x-1)$ là

(A) $S=(-3;4)$. (B) $S=\left(\frac{1}{2};4\right)$. (C) $S=(-\infty;4)$. (D) $S=(4;+\infty)$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$x+3>2x-1>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x<4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<4.$$

Vậy $S=\left(\frac{1}{2};4\right)$.

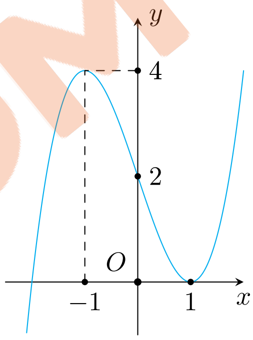
Chọn đáp án (B) □

Câu 12.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

(A) $(-2;+\infty)$. (B) $(-\infty;-1)$.

(C) $(-1;1)$. (D) $(0;+\infty)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{1}{3}$ là

(A) $x=\frac{1}{3}$. (B) $x=27$. (C) $x=\sqrt[3]{3}$. (D) $x=\frac{1}{27}$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 3^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=5$. Giá trị của công bội q bằng

(A) -3. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{5}{2}$. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 3.

(A) $S_{xq}=27\pi$. (B) $S_{xq}=9\pi$. (C) $S_{xq}=36\pi$. (D) $S_{xq}=18\pi$.

Lời giải.

$S_{xq}=2\pi rh=2\pi\cdot 3\cdot 3=18\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Đồ thị hàm số $y=\frac{3x+2}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

Ⓐ $\frac{2}{3}$. Ⓑ -2. **C** 2. Ⓓ $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Khi $x = 0$ thì $y = 2$. Do đó đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

Ⓐ $y' = \frac{\ln 5}{x}$. Ⓑ $y' = \frac{x}{\ln 5}$. **C** $y' = \frac{1}{x \ln 5}$. Ⓓ $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\log_5 x)' = \frac{1}{x \ln 5}$.

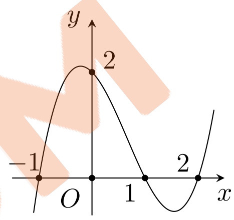
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 18.

Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

Ⓐ $y = (x^2 - 1)(x + 2)$. **B** $y = (x^2 - 1)(x - 2)$.

Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. Ⓓ $y = x^4 - 3x^2 + 2$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(2, 0)$. Chỉ có hàm số $y = (x^2 - 1)(x - 2)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 19. Cho a và b là các số thực dương tùy ý. Nếu $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$ và $\log_b\left(\frac{1}{3}\right) < \log_b\left(\frac{1}{4}\right)$ thì

A $a > 1, 0 < b < 1$. Ⓑ $0 < a < 1$, $0 < b < 1$.

Ⓒ $a > 1$, $b > 1$. Ⓓ $0 < a < 1$, $b > 1$.

Lời giải.

$$\begin{cases} a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} \\ \frac{1}{2} > \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow a > 1; \begin{cases} \log_b\left(\frac{1}{3}\right) < \log_b\left(\frac{1}{4}\right) \\ \frac{1}{3} > \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 20. Cho khối chóp có thể tích bằng 30 cm^3 và chiều cao bằng 5 cm. Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ 6 cm^2. **B** 18 cm^2. Ⓒ 24 cm^2. Ⓓ 12 cm^2.

Lời giải.

Ta có $B = \frac{3V}{h} = \frac{3 \cdot 30}{5} = 18\text{ cm}^2$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 21. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{16-x^2} \geq 81$.

Ⓐ 9. Ⓑ 4. **C** 7. Ⓓ 5.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$16 - x^2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 \leq 12 \Leftrightarrow -2\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}.$$

Suy ra các nghiệm nguyên của bất phương trình là $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$. Vậy bất phương trình có tất cả 7 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án (C) □

Câu 22. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Biết xác suất để trong 3 số được chọn có ít nhất một số chẵn bằng $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên tố. Tổng $a+b$ bằng

(A) 21. (B) 63. (C) 108. **D** 36.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{20}^3 = 1140$. Gọi A là biến cố "Trong ba số được chọn có ít nhất một số chẵn" thì $\overline{A}$ là biến cố "Trong ba số được chọn không có số nào chẵn". Ta có số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_{10}^3 = 120$. Suy ra xác suất của biến cố A là

$$\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{120}{1140} = \frac{17}{19}.$$

Vậy $a = 17$, $b = 19$ và $a + b = 36$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x+2)^3(x^2-4)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $f(-2) > \max\{f(-3); f(2)\}$. (B) $f(-3) < f(-2) < f(2)$.

(C) $f(-2) < \min\{f(-3); f(2)\}$. **D** $f(-3) > f(-2) > f(2)$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x+2)^4(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = -3 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$		-3		-2		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
f		↗	$f(-3)$	↘	$f(-2)$	↘	$f(2)$	↗	

Suy ra $f(-3) > f(-2) > f(2)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 24. Nghiệm của phương trình $(2{,}4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$ là

(A) $x = -2$. (B) $x = -5$. (C) $x = 5$. **D** $x = 2$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\left(\frac{12}{5}\right)^{3x+1} = \left(\frac{12}{5}\right)^{9-x} \Leftrightarrow 3x + 1 = 9 - x \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 2$.

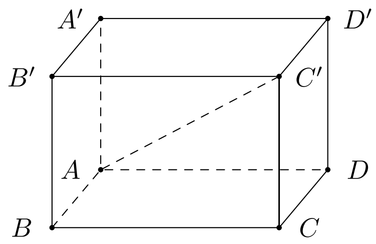
Chọn đáp án (D) □

Câu 25. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 4, 5 là

Ⓐ $\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$. B 50π. Ⓒ $\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{12}$. Ⓓ $\dfrac{50\pi}{3}$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật. Ta có



$$R = \frac{1}{2}AC' = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 50\pi$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. C 6. Ⓓ 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $f(x) = \pm\dfrac{3}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = -\dfrac{3}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x) = \dfrac{3}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt và khác hai nghiệm của phương trình $f(x) = -\dfrac{3}{2}$. Vậy phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

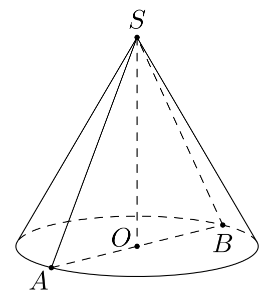
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 27. Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác đều có cạnh $4\sqrt{3}$ cm. Thể tích của khối nón đó là

Ⓐ $8\ \text{cm}^3$. Ⓑ $12\ \text{cm}^3$. C $24\pi\ \text{cm}^3$. Ⓓ $36\pi\ \text{cm}^3$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện qua trục là tam giác đều SAB (hình vẽ). Khi đó bán kính đáy của khối nón là $\dfrac{AB}{2} = 2\sqrt{3}$ cm và chiều cao khối nón là $\dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = 6$ cm. Vậy thể tích khối nón là



$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(2\sqrt{3}\right)^2 \cdot 6 = 24\pi\ \text{cm}^3.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 28. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{(x-1)\sqrt{x-2}}{x^2-4}$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 1. C 2. Ⓓ 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = (2; +\infty)$. Ta có $y = \dfrac{x-1}{(x+2)\sqrt{x-2}}$ nên $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-1}{(x+2)\sqrt{x-2}} = 0$, do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$. Lại có $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x-1}{(x+2)\sqrt{x-2}} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{4x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Thương $\dfrac{M}{m}$ bằng

A. 11. B. $\dfrac{11}{9}$. C. $\dfrac{9}{11}$. D. $\dfrac{1}{11}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định $\mathscr{D} = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$. Do hàm số $y = \dfrac{4x+3}{x+1}$ đơn điệu trên $[0;2]$ nên

$$M = \max\{y(2), y(0)\} = y(2) = \frac{11}{3}, \quad m = \min\{y(2), y(0)\} = y(0) = 3.$$

Vậy $\dfrac{M}{m} = \dfrac{11}{9}$.

Chọn đáp án B □

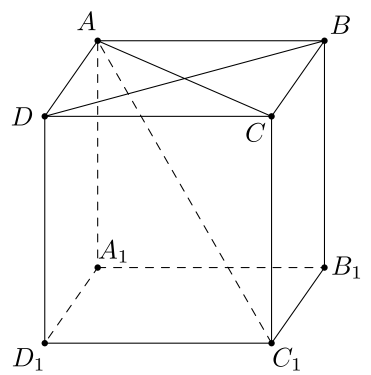
Câu 30. Cho khối hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 120^\circ$, đường thẳng AC_1 tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60°. Tính thể tích khối hộp đã cho.

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. B. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\dfrac{a^3}{2}$. D. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải.

Do $CC_1 \perp (ABCD)$ nên $\widehat{CAC_1} = (AC_1, (ABCD)) = 60^\circ$. Ta có

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ} = a\sqrt{3}$$
$$CC_1 = AC \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a.$$



Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là

$$V = CC_1 \cdot S_{ABCD} = 2 \cdot 3a \cdot \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Chọn đáp án D □

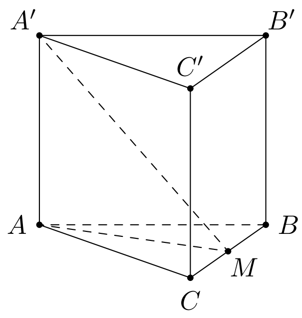
Câu 31. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC, $A'M = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{27a^3}{8}$. B. $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\dfrac{9a^3}{8}$. D. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều cạnh $\sqrt{3}a$ và M là trung điểm của BC nên ta có $AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$. Xét tam giác $AA'M$ vuông tại A, ta có

$$AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Từ đó ta có

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{8}.$$

Chọn đáp án (C) □

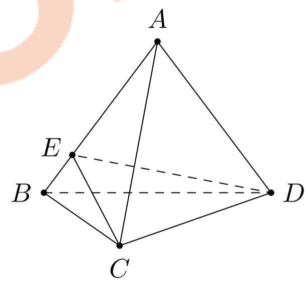
Câu 32. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{EA} = -3\overrightarrow{EB}$. Khi đó thể tích khối tứ diện $EBCD$ bằng

(A) $\frac{V}{2}$. (B) $\frac{V}{3}$. (C) $\frac{V}{5}$. **D** $\frac{V}{4}$.

Lời giải.

Từ $\overrightarrow{EA} = -3\overrightarrow{EB}$ suy ra E thuộc đoạn thẳng AB và $EA = 3EB$ hay $EB = \frac{1}{4}AB$. Do đó nếu đặt $S_{BCD} = S$ thì

$$V_{EBCD} = \frac{1}{3}S \cdot d\left(E, (BCD)\right) = \frac{1}{3}S \cdot \frac{1}{4}d\left(A, (BCD)\right) = \frac{1}{4}V.$$



Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{ax-2}{cx+d}$ với $a, c, d \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	3	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	3

Giá trị nguyên âm lớn nhất mà c có thể nhận là

(A) -3. (B) -2. (C) -4. **D** -1.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$. Suy ra:

$$\begin{cases} \frac{a}{c} = 3 \\ -\frac{d}{c} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3c \\ d = c. \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định nên ta có

$$ad + 2c > 0 \Rightarrow 3c^2 + 2c > 0 \Rightarrow c \in \left(-\infty; \frac{-2}{3}\right) \cup (0; +\infty).$$

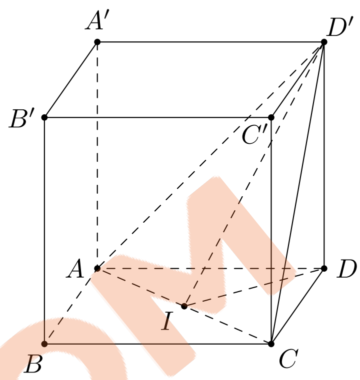
Vậy c có thể nhận giá trị nguyên âm lớn nhất bằng -1.

Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$. Giá trị của $\sin\alpha$ bằng

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (B) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. (D) $\sqrt{2}$.

Lời giải.



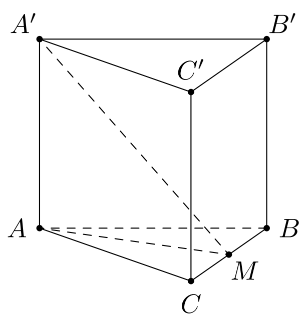
Gọi I là trung điểm của AC, ta có $\begin{cases} DI \perp AC \\ DD' \perp AC \end{cases}$, suy ra $AC \perp (DD'I)$, kéo theo $\alpha = \widehat{DID'}$. Tam giác ACD' là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên $D'I = \dfrac{a\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Xét tam giác DID' vuông tại D ta có $\sin\alpha = \dfrac{DD'}{D'I} = \dfrac{a}{\dfrac{a\sqrt{6}}{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

(A) $9\sqrt{3}a^3$. (B) $6\sqrt{3}a^3$. **C** $3\sqrt{3}a^3$. (D) $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BC. Ta có $AM = a\sqrt{3}$. Do hai tam giác $A'BA$ và $A'CA$ bằng nhau nên $A'B = A'C$ hay tam giác $A'BC$ cân tại A', do đó $A'M \perp BC$. Ta có

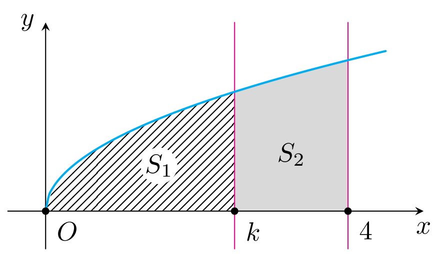
$$A'M = \frac{2S_{A'BC}}{BC} = \frac{2\cdot 2a^2\sqrt{3}}{2a} = 2a\sqrt{3}.$$

Do đó $AA' = \sqrt{A'M^2 - AM^2} = \sqrt{12a^2 - 3a^2} = 3a$. Vậy

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA'\cdot S_{ABC} = 3a.\frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}a^3.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 36.



Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $x = k$ $(0 < k < 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ. Để $S_1 = 4S_2$ thì giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

(A) $(3{,}1; 3{,}3)$. (B) $(3{,}7; 3{,}9)$. **C** $(3{,}3; 3{,}5)$. (D) $(3{,}5; 3{,}7)$.

Lời giải.

Ta có

$$S_1 = 4S_2 \Leftrightarrow \int_0^k \sqrt{x}\,\mathrm{d}x = 4\int_k^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow \left.\frac{2}{3}x\sqrt{x}\right|_0^k = \left.\frac{8}{3}x\sqrt{x}\right|_k^4$$
$$\Leftrightarrow k\sqrt{k} = 4\left(8 - k\sqrt{k}\right) \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{(6,4)^2} \approx 3{,}447$$

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x) - f(x) = \mathrm{e}^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

A $f(1) = \mathrm{e}$. B $f(1) = 2\mathrm{e}$. C $f(1) = \mathrm{e} + 1$. D $f(1) = \mathrm{e} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\mathrm{e}^{-x} f(x)\right)' = \mathrm{e}^{-x}\left(f'(x) - f(x)\right) = 1.$$

Suy ra $\mathrm{e}^{-x} f(x) = x + C$. Với $f(0) = 1$, ta được $C = 1$ hay $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$. Vậy $f(1) = 2\mathrm{e}$.

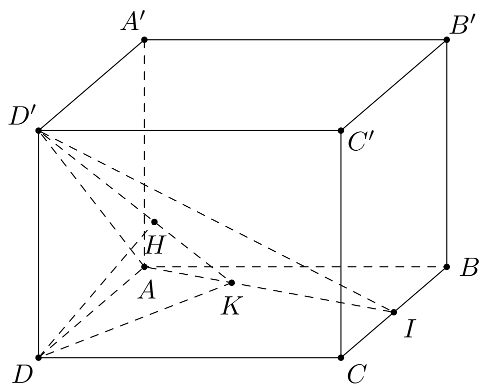
Chọn đáp án B □

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $BC = 2$, $AA' = 1$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (AID') bằng

A $\dfrac{3\sqrt{46}}{23}$. B $\dfrac{\sqrt{46}}{46}$. C $\dfrac{3\sqrt{46}}{46}$. D $\dfrac{\sqrt{46}}{23}$.

Lời giải.

Kẻ DK vuông góc với AI tại K. Ta có



$$\begin{cases} DD' \perp AI \\ DK \perp AI \end{cases} \Rightarrow (DD'K) \perp AI. \qquad (1)$$

Kẻ DH vuông góc với $D'K$ tại H. Vì $DH \subset (DD'K)$ nên từ (1) suy ra $DH \perp AI$. Ta có

$$\begin{cases} DH \perp D'K \\ DH \perp AI \end{cases} \Rightarrow DH \perp (AID').$$

Do đó $d\left(D, (AID')\right) = DH$. Tam giác ABI vuông tại B, suy ra

$$AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

Kéo theo

$$DK = \frac{2S_{ADI}}{AI} = \frac{2S_{ADC}}{AI} = \frac{AD \cdot CD}{AI} = \frac{6}{\sqrt{10}}.$$

Tam giác $DD'K$ vuông tại D, DH là đường cao của tam giác, suy ra

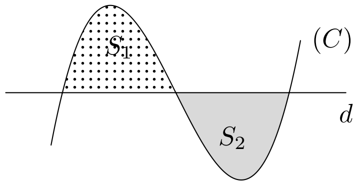
$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DD'^2} + \frac{1}{DK^2} = 1 + \left(\frac{\sqrt{10}}{6}\right)^2 = \frac{23}{18}.$$

Do đó $DH = \sqrt{\dfrac{18}{23}} = \dfrac{3\sqrt{46}}{23}$.

Chọn đáp án A □

Câu 39.

Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -45m - 2$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + x + 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Số phần tử của tập X là



(A) 0. **B** 2. (C) 1. (D) 9.

Lời giải.

Yêu cầu bài toán tương đương đồ thị (C) có hai điểm cực trị và tâm đối xứng I của (C) thuộc d.

Ta có $f'(x) = x^2 - 4mx + 1$ nên hàm số có hai điểm cực cực trị khi và chỉ khi

$$\Delta' = (2m)^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \frac{1}{2} \\ m < -\frac{1}{2}. \end{array}\right.$$

Lại có

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4m \Leftrightarrow x = 2m.$$

Với $x = 2m$ thì $f(x) = \frac{-16}{3}m^3 + 2m + 1$ nên $I\left(2m; \frac{-16}{3}m^3 + 2m + 1\right)$. Suy ra $I \in d$ khi và chỉ khi

$$\frac{-16}{3}m^3 + 2m + 1 = -45m - 2 \Leftrightarrow 16m^3 - 141m - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = \frac{-6 \pm \sqrt{33}}{4} \end{array}\right..$$

Dễ thấy $m = \frac{-6 + \sqrt{33}}{4}$ không thỏa mãn, do đó $X = \left\{3; \frac{-6 - \sqrt{33}}{4}\right\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn điều kiện $\int\limits_0^1 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = 8$ và $\int\limits_0^1 [f(x) + 2g(x)]\,\mathrm{d}x = 11$. Giá trị của biểu thức $\int\limits_{2021}^{2022} f(2022 - x)\,\mathrm{d}x + 5\int\limits_0^{\frac{1}{3}} g(3x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 10. (B) 0. (C) 20. (D) 5.

Lời giải.

Từ giả thiết $\int\limits_0^1 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = 8$ và $\int\limits_0^1 [f(x) + 2g(x)]\,\mathrm{d}x = 11$, ta tính được $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và

$\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Ta có

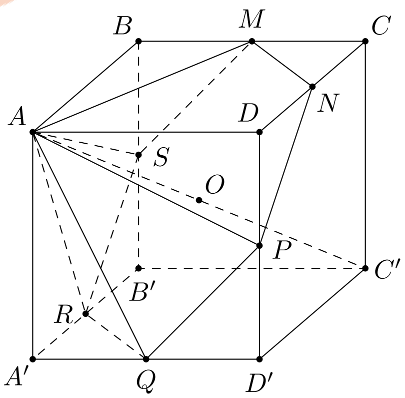
$$\begin{aligned}
&\int\limits_{2021}^{2022} f\left(2022-x\right)\,\mathrm{d}x + 5\int\limits_0^{\frac{1}{3}} g\left(3x\right)\,\mathrm{d}x\\
=& -\int\limits_{2021}^{2022} f\left(2022-x\right)\,\mathrm{d}\left(2022-x\right) + \frac{5}{3}\int\limits_0^{\frac{1}{3}} g\left(3x\right)\,\mathrm{d}\left(3x\right)\\
=& \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{5}{3}\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 5 + \frac{5}{3}.3 = 10.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AC' cắt các cạnh BC, $CD, DD', D'A', A'B', B'B$ lần lượt tại các điểm M, N, P, Q, R, S . Thể tích khối chóp $A.MNPQRS$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B** $\dfrac{3a^3}{8}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{8}$. (D) $\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của hình lập phương thì O là trung điểm của AC', tức là O thuộc (α). Dễ dàng chứng minh được $AC' \perp (A'BD)$. Do đó (α) song song với mặt phẳng $(A'BD)$. Suy ra (α) cắt mặt phẳng $(BDD'B')$ theo đường thẳng đi qua O, song song với BD. Vậy S, P lần lượt là trung điểm của BB', DD'. Từ đó dễ dàng suy ra các điểm M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của $BC, CD, A'D', A'B'$. Do $MNPQRS$ là lục giác đều cạnh bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên ta có

$$S_{MNPQRS} = 6S_{OMN} = 6\cdot\frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.$$

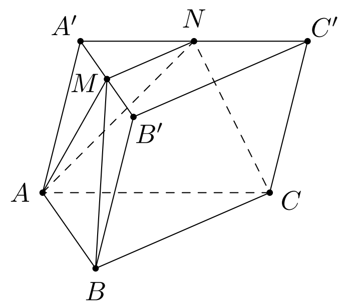
Lại có $AO = \dfrac{AC'}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.Do đó

$$V_{A.MNPQRS} = \frac{1}{3}S_{MNPQRS}\cdot AO = \frac{1}{3}\cdot\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 42.

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = 3a$, $AC = 4a$, $BC = 5a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng $4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ là



A $V = 12a^3$. **B** $V = 16a^3$. **C** $V = 14a^3$. **D** $V = 8a^3$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối lăng trụ. Dễ thấy $BCNM$ là hình thang với đáy BC và MN thỏa mãn $MN = \dfrac{BC}{2}$ nên

$$V_{A.BCNM} = V_{A.BMN} + V_{A.CBN} = \frac{3}{2}V_{A.CBN} = \frac{3}{2}V_{N.ABC} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{3}V = \frac{V}{2}.$$

Hiển nhiên ABC là tam giác vuông tại A và khối lăng trụ có chiều cao $h = d\left((ABC), (A'B'C')\right) = d\left(AB, B'C'\right) = 4a$ nên

$$V_{A.CBNM} = \frac{V}{2} = \frac{1}{2}S_{ABC}\cdot h = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3a\cdot 4a\cdot 4a = 12a^3.$$

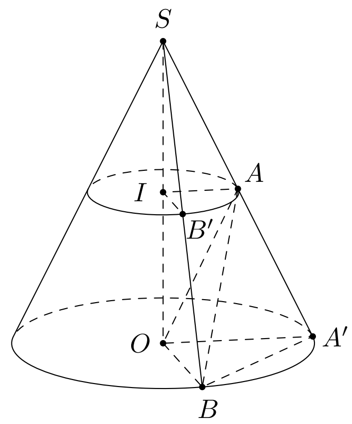
Chọn đáp án A □

Câu 43. Cho hình nón (T) đỉnh S, chiều cao bằng 2, đáy là đường tròn (C_1) tâm O, bán kính $R = 2$. Khi cắt (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I. Lấy hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn (C_2) và (C_1) sao cho góc giữa $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{OB}$ là $60°$. Thể tích của khối tứ diện $IAOB$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Cách 1. Ta có I là trung điểm của SO. Do đó $IA = \dfrac{R}{2} = 1$. Vậy



$$\begin{aligned} V_{IAOB} &= \frac{1}{6}\cdot IA\cdot OB\cdot d\left(IA, OB\right)\cdot \sin\left(IA, OB\right) \\ &= \frac{1}{6}\cdot 1\cdot 2\cdot 1\cdot \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Cách 2. Gọi $A' = SA\cap(C_1)$, $B' = SB\cap(C_2)$. Hình chóp $S.OA'B$ có I, A, B' lần lượt là trung điểm các cạnh bên SO, SA', SB nên $IA \parallel OA'$, $IB' \parallel OB$. Ta có

$$\left(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{OB}\right) = \left(\overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{OB}\right) = \widehat{A'OB} = 60°.$$

Do đó khối chóp $S.OA'B$ có đáy là tam giác $A'OB$ đều và đường cao là SO nên

$$V_{IAOB} = \frac{1}{4}\cdot V_{B.SOA'} = \frac{1}{4}\cdot V_{S.OA'B} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}S_{OA'B}\cdot SO = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2^2\sqrt{3}}{4}\cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 36$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và Ox giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là 2, 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox bằng $\dfrac{m}{n}$ là một phân số tối giản với $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tổng $m+n$ bằng

Ⓐ 846. Ⓑ 845. Ⓒ 848. **D** 847.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $x = 2$, $x = 3$ là nghiệm của $f(x)$ và $f'(x)$ nên $f(x)$ có dạng

$$f(x) = (x-2)^2(x-3)^2(x-k).$$

Mà $f(0) = 36$ nên $k = -1$. Suy ra diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int\limits_{-1}^{3} |f(x)|\, \mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{3} \left|(x-2)^2(x-3)^2(x+1)\right|\, \mathrm{d}x = \frac{832}{15}.$$

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 45. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = (m+1)\,x + 5$ có giá trị nhỏ nhất bằng

Ⓐ $\dfrac{16}{3}$. Ⓑ $\dfrac{48}{3}$. Ⓒ $\dfrac{64}{3}$. **D** $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 + 2x + 1 = (m+1)\,x + 5 \Leftrightarrow x^2 + (1-m)\,x - 4 = 0. \qquad (1)$$

Với mọi m ta đều có $ac = -4 < 0$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2, $(x_1 < x_2)$.

Theo định lí Viète, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$ và

$$x_2 - x_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{(m-1)^2 + 16}.$$

Khi đó hình phẳng luôn tồn tại và có diện tích là

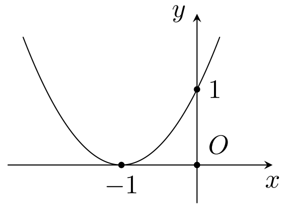
$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} \left|x^2 + (1-m)\,x - 4\right|\, \mathrm{d}x = \left|\int_{x_1}^{x_2} \left(x^2 + (1-m)\,x - 4\right)\, \mathrm{d}x\right| \\ &= \left|\left(\frac{x^3}{3} + (1-m)\,\frac{x^2}{2} - 4x\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2}\right| = \frac{1}{6}\left|\left(2x^3 + 3\,(1-m)\,x^2 - 24x\right)\Big|_{x_1}^{x_2}\right| \\ &= \frac{1}{6}\left|\left[\left(x^2 + (1-m)\,x - 4\right)(2x + 1 - m) - \left(m^2 - 2m + 17\right)x + 4\,(1-m)\right]\Big|_{x_1}^{x_2}\right| \\ &= \left|\frac{m^2 - 2m + 17}{6}\,(x_2 - x_1)\right| = \frac{\left(\sqrt{m^2 - 2m + 17}\right)^3}{6} = \frac{\left(\sqrt{(m-1)^2 + 16}\right)^3}{6} \\ &\geq \frac{4^3}{6} = \frac{32}{3} \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $m = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của S bằng $\dfrac{32}{3}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 46.

Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - x - m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?



Ⓐ $m < f(2)$. **B** $m > f(0)$. Ⓒ $m < f(0)$. Ⓓ $m > f(2)$.

Lời giải.

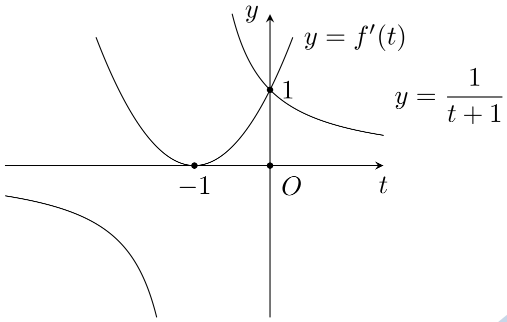
Cách 1. Ta có

$$f\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - x - m = 0 \Leftrightarrow f\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - x = m.$$

Đặt $h(x) = f\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - x$ thì $h'(x) = \mathrm{e}^x f'\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - 1$. Suy ra

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^x f'\left(\mathrm{e}^x - 1\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow f'\left(\mathrm{e}^x - 1\right) = \frac{1}{\mathrm{e}^x}. \qquad (1)$$

Đặt $t = \mathrm{e}^x - 1$, $t > -1$ thì (1) trở thành $f'(t) = \dfrac{1}{t+1}$. Ta có đồ thị sau



x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đồ thị ta có nghiệm của phương trình (2) là $t = 0$, suy ra $\mathrm{e}^x - 1 = 0$ hay $x = 0$. Ta có bảng của $h(x)$ như trên. Từ đó, phương trình $h(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m > f(0)$. **Cách 2.** Từ đồ thị ta có $f'(x) = (x+1)^2$. Suy ra

$$f(x) = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C.$$

Thay vào phương trình, ta được

$$\frac{\mathrm{e}^{3x}}{3} + C - x - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\mathrm{e}^{3x}}{3} - x + C.$$

Đặt $g(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{3} - x + C$. Ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{3x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	$\searrow$	$g(0) = f(0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, phương trình có hai nghiệm thực khi và chỉ khi $m > f(0)$.

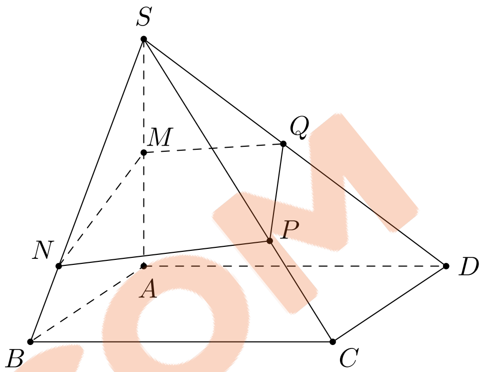
Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 3NB$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt P, Q. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.MNPQ$.

(A) $\dfrac{V}{3}$. (B) $\dfrac{27}{80}V$. (C) $\dfrac{27}{40}V$. (D) $\dfrac{V}{6}$.

Lời giải.

Đặt $\dfrac{SC}{SP} = x, \dfrac{SD}{SQ} = y$ với $x, y \geq 1$. Vì hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành nên



$$\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ}.$$

Suy ra

$$2 + \frac{SC}{SP} = \frac{4}{3} + \frac{SD}{SQ} \Rightarrow y = \frac{2}{3} + x.$$

Mặt khác ta có

$$\begin{aligned}\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.MQP}}{2V_{S.ADC}} = \frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SA}\cdot\frac{SN}{SB}\cdot\frac{SP}{SC} + \frac{SM}{SA}\cdot\frac{SQ}{SD}\cdot\frac{SP}{SC}\right)\\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{y}\cdot\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{4x}\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{4x}\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{3x+2}\right)\\ &= \frac{9(x+2)}{16(3x^2+2x)}.\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{9(x+2)}{16(3x^2+2x)}$ với $x \geq 1$. Ta có

$$f'(x) = \frac{9}{16}\cdot\frac{-3x^2-12x-4}{(3x^2+2x)^2} < 0, \quad \forall x \geq 1$$

nên hàm số luôn nghịch biến trên nửa khoảng $[1\,;+\infty)$. Suy ra $f(x) \leq f(1) = \dfrac{27}{80}$, $\forall x \geq 1$. Vậy thể tích khối chóp $S.MNPQ$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{27}{80}V$, đạt được khi $x = 1$, tức là khi $P \equiv C$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 48. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3\log_a(b^2 + 16b - 16) + \dfrac{16}{27}\cdot\log^3_{\frac{b}{a}} a$.

(A) 8. (B) 18. (C) 9. (D) 17.

Lời giải.

Ta có

$$\log_{\frac{b}{a}} a = \frac{1}{\log_a \dfrac{b}{a}} = \frac{1}{\log_a b - 1}. \tag{1}$$

Với $b \in (1;4]$ ta có

$$(b-1)\left(b^2-16\right) \le 0 \Leftrightarrow b^3-b^2-16b+16 \le 0 \Leftrightarrow b^3 \le b^2+16b-16$$
$$\Leftrightarrow \log_a\left(b^2+16b-16\right) \ge \log_a b^3 \Leftrightarrow \log_a\left(b^2+16b-16\right) \ge 3\log_a b. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có

$$P = 3\log_a\left(b^2+16b-16\right) + \frac{16}{27}\cdot\log^3_{\frac{b}{a}} a \ge 9\log_a b + \frac{16}{27}\cdot\frac{1}{\left(\log_a b - 1\right)^3}.$$

Đặt $t = \log_a b > 1$, ta có

$$P \ge 3(t-1)+3(t-1)+3(t-1)+\frac{16}{27}\cdot\frac{1}{(t-1)^3}+9$$
$$\ge 4\sqrt[4]{27\cdot(t-1)^3\cdot\frac{16}{27}\cdot\frac{1}{(t-1)^3}}+9 = 17.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} b=4 \\ 3(t-1)=\dfrac{16}{27}\cdot\dfrac{1}{(t-1)^3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ (t-1)^4=\dfrac{16}{81} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ t=\dfrac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ \log_b a=\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4^{\frac{3}{5}} \\ b=4. \end{cases}$$

Vậy $\min P = 17$.

Chọn đáp án D $\square$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $|f(x-1)+2| = m$ có 4 nghiệm thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < 1 < x_4$.

A $4 < m < 6$. **B** $3 < m < 6$. **C** $2 < m < 6$. **D** $2 < m < 4$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = |f(x-1)+2|$ thu được bằng cách biến đổi đồ thị như sau

- Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang phải 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến lên trên 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = f(x-1)+2$;
- Với đồ thị hàm số $y = |f(x-1)+2|$: Giữ nguyên phần nằm bên trên trục hoành, lấy đối xứng phần nằm bên dưới trục hoành qua trục hoành rồi xóa phần nằm bên dưới trục hoành đi.

Do đó ta có bảng biến thiên

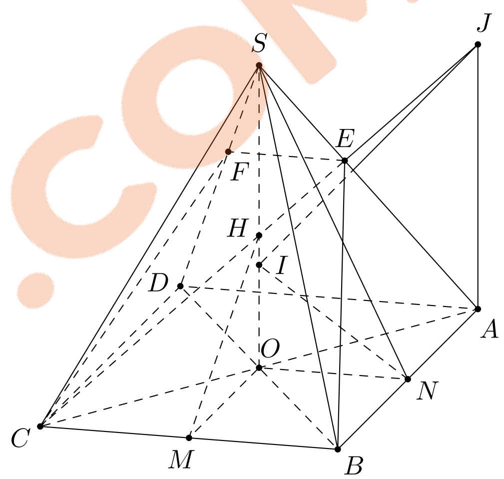
x	$-\infty$				0		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	6	$\searrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Chọn đáp án (A) □

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Một mặt cầu (J) (J và S cùng phía với $(ABCD)$) tiếp xúc với $(ABCD)$ tại A, đồng thời tiếp xúc ngoài với mặt cầu nội tiếp hình chóp. Một mặt phẳng (P) đi qua J và BC. Gọi φ là góc giữa (P) và $(ABCD)$. Tính $\tan\varphi$ biết các đường chéo của thiết diện của hình chóp cắt bởi (P) lần lượt cắt và vuông góc với SA, SD.

(A) $\dfrac{1}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.



Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu tâm J và bán kính mặt cầu tâm I nội tiếp hình chóp tứ giác đều. Đặt $AB = a$, $SO = h$, với O là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó do hai mặt cầu (I) và (J) tiếp xúc ngoài nên $OA = 2\sqrt{Rr}$ hay $a^2 = 8Rr$. Gọi giao điểm của JC với SA và SO lần lượt là E và H. Theo giả thiết thì $CE \perp SA$, suy ra hai tam giác HCO và ASO đồng dạng, suy ra

$$\frac{OH}{OA} = \frac{OC}{OS} \Rightarrow OH = \frac{OA^2}{h} = \frac{4Rr}{h}.$$

Lại từ tính chất đường trung bình, ta có $OH = \dfrac{JA}{2} = \dfrac{R}{2}$ nên $\dfrac{4Rr}{h} = \dfrac{R}{2}$ hay $h = 8r$. Gọi N là trung điểm AB. Sử dụng tính chất đường phân giác, ta có

$$\frac{2r}{a} = \frac{OI}{ON} = \frac{SI}{SN} = \frac{SO}{ON+SN} = \frac{h}{\frac{a}{2} + \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{2h}{a + \sqrt{4h^2 + a^2}}.$$

Thay $r = \dfrac{h}{8}$, ta được

$$7a = \sqrt{4h^2 + a^2} \Rightarrow 12a^2 = h^2 \Rightarrow \frac{a}{h} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Gọi M là trung điểm BC, dễ thấy $BC \perp (OHM)$ nên $\varphi = ((P), (ABC)) = \widehat{OMH}$, suy ra

$$\tan\varphi = \frac{OH}{OM} = \frac{4Rr}{h \cdot \frac{a}{2}} = \frac{8Rr}{ah} = \frac{a^2}{ah} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn đáp án (C) □

HẾT