

Ngày thi 09 tháng 03 năm 2022

**Bài I. ( 2 điểm)** Cho  $A = \frac{x+3}{\sqrt{x+3}}$  và  $B = \left( \frac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x+1}}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

1) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x=16$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}}$ .

3) Cho  $P = \frac{A}{B}$ . So sánh  $P$  và 2.

**Bài II. ( 2 điểm).** Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Sân bóng rổ của trường học là một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 9m.

Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng 1m thì diện tích của sân tăng thêm 50m<sup>2</sup>.

Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của sân bóng rổ.

**Bài III ( 2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{x-4} - \frac{6}{1-y} = 4 \\ 4\sqrt{x-4} + \frac{2}{1-y} = 3 \end{cases}$$

2) Cho Parabol (P) :  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = x + 4$ .

a) Tìm tọa độ giao điểm A, B của parabol (P) và đường thẳng (d)

b) Gọi C là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung, H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tính diện tích  $\Delta CHK$ .

**Bài IV. ( 3,5 điểm)** Cho  $\Delta ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE của  $\Delta ABC$  cắt nhau tại H. Đường thẳng BE cắt đường tròn (O; R) tại F, đường thẳng AD cắt đường tròn (O; R) tại N.

1) Chứng minh CDHE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh  $DB \cdot DC = DN \cdot DA$ .

3) Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh  $\Delta AHF$  cân và ME là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE.

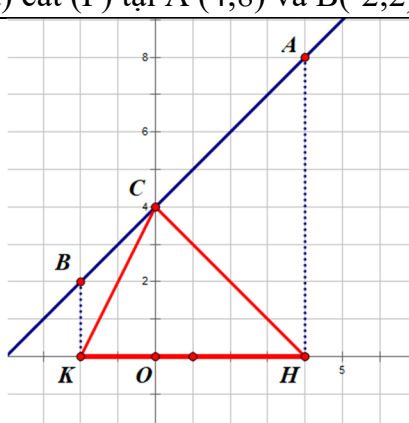
4) Cho dây BC cố định và  $BC = R\sqrt{3}$ . Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O; R) để  $DH \cdot DA$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài V. (0,5 điểm)** Giải phương trình  $(\sqrt{x+6} - \sqrt{x-2})(1 + \sqrt{x^2 + 4x - 12}) = 8$ .

HẾT

Ngày thi 09 tháng 03 năm 2022

| Bài                      | Ý                   | Hướng dẫn giải   | Biểu điểm  |
|--------------------------|---------------------|--|--|
| <b>Bài I</b><br>(2 điểm) | <b>1</b><br>(0,5 đ) | Thay $x=16$ ( tmđk) vào $A$ ta có: $A=\frac{16+3}{\sqrt{16+3}}$  | 0,25   |
|                          |                     | Tính được $A=\frac{19}{7}$   | 0,25   |
|                          | <b>2</b><br>(1 đ)   | $B=\left[\frac{x+3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right]\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ | 0,25   |
|                          |                     | $B=\frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$                                   | 0,25   |
|                          |                     | $B=\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$                                  | 0,25   |
|                          |                     | $B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$  | 0,25   |
|                          | <b>3</b><br>(0,5 đ) | $P=\frac{A}{B}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+3}\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}$                        | 0,25   |
|                          |                     | $P-2=\frac{x+3}{\sqrt{x}+1}-2=\frac{x+3-2(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$  |  |
|                          |                     | $P-2=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+1}$  |  |
|                          |                     |  | $(\sqrt{x}-1)^2\geq 0; \sqrt{x}+1>0$<br>$\Rightarrow P-2\geq 0\Rightarrow P\geq 2$ |
| <b>Bài II</b><br>(2,0 đ) | <b>2đ</b>           | Gọi chiều dài sân bóng ban đầu là $x$ (m, $x > 0$ )  | 0,25   |
|                          |                     | Gọi chiều rộng sân bóng ban đầu là $y$ (m, $y>0$ )   | 0,25   |
|                          |                     | Vì chiều dài sân bóng ban đầu hơn chiều rộng 9m nên ta có phương trình $x - y = 9$                                     | 0,25   |
|                          |                     | Vì diện tích sân tăng $50m^2$ nên ta có phương trình $(x + 2)(y + 1) = xy + 50$  | 0,25   |
|                          |                     | Ta có hệ phương trình<br>$\begin{cases} x - y = 9 \\ (x + 2)(y + 1) = xy + 50 \end{cases}$                             | 0,25   |
|                          |                     | Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 22 \\ y = 13 \end{cases}$ (thỏa mãn)                                      | 0,5  |

|                                 |  |   |      |
|---------------------------------|--|---|------|
|                                 |  | Vậy chiều dài sân bóng ban đầu là 22m, chiều rộng sân bóng ban đầu là 13(m) | 0,25 |
| <b>Bài III</b><br><b>(2,0đ)</b> | <b>1</b><br><b>(1đ)</b>  | Điều kiện $x \geq 4$ và $y \neq 1$  | 0,25 |
|                                 |  | Đặt $\sqrt{x-4} = a$ và $\frac{1}{1-y} = b$                                 | 0,25 |
|                                 |  | Đưa về hệ: $\begin{cases} a - 6b = 4 \\ 4a + 2b = 3 \end{cases}$            | 0,25 |
|                                 |  | Giải hệ được $\begin{cases} a = 1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$          | 0,25 |
|                                 | $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-4} = 1 \\ \frac{1}{1-y} = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$  | 0,25  |      |
|                                 |  | Kết luận hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; 3)$                            |      |
|                                 | <b>2</b><br><b>(1đ)</b>  |   |      |
| <b>Câu a</b><br><b>(0,5đ)</b>   | Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:   |   | 0,25 |
|                                 | $\frac{1}{2}x^2 = x + 4$<br>$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$<br>$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2x - 8 = 0$<br>$\Leftrightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 4 \\ x_B = -2 \end{cases}$ |   | 0,25 |
|                                 | $\Leftrightarrow \begin{cases} y_A = x_A + 4 = 4 + 4 = 8 \\ y_B = x_B + 4 = -2 + 4 = 2 \end{cases}$  |   | 0,25 |
|                                 | Vậy đường thẳng (d) cắt (P) tại A (4;8) và B(-2;2)   |   |      |
| <b>Câu b</b>                    |    |   |      |
|                                 | $x = 0$ thì $y = 0 + 4 = 4$ nên $C(0; 4)$<br>Biểu diễn các điểm A, B, H, K, C trên hệ trục tọa độ  |   | 0,25 |
|                                 | $OC =  4  = 4$ ; $OH =  4  = 4$ ; $OK =  -2  = 2$  |   | 0,25 |

|  |   |  |      |
|--|---|--|------|
|  |   | $KH = OK + OH = 6$ $S_{\Delta CHK} = \frac{CO.HK}{2} = \frac{4.6}{2} = 12 \text{ (đơn vị diện tích)}$  |      |
| <b>Bài IV</b><br><b>(3,5 đ)</b>  | <b>Câu 1</b><br><b>(1 đ)</b>                                |  |      |
|  |   | Vẽ hình đến câu a  | 0,25 |
|  |   | $\Delta ABC$ có AD là đường cao nên $\widehat{ADC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HDC} = 90^\circ$  |      |
|  |   | $\Delta ABC$ có BE là đường cao nên $\widehat{BEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HEC} = 90^\circ$  | 0,25 |
|  |   | Xét tứ giác CDHE ta có $\widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$   | 0,25 |
|  | Mà 2 góc này ở vị trí đối nhau nên CDHE là tứ giác nội tiếp | 0,25   |      |
|  | <b>Câu 2</b><br><b>(1 đ)</b>                                | Xét đường tròn tâm O :<br>$\widehat{NBC} = \widehat{NAC} = \frac{1}{2} Sđ\widehat{NC}$ $\Rightarrow \widehat{NBC} = \widehat{NAC}$   | 0,25 |
|  |   | Xét $\Delta DBN$ và $\Delta DAC$ có : $\widehat{NBD} = \widehat{CAD}$<br>$\widehat{ADC} = \widehat{BDN} \text{ (đối đỉnh)}$ $\Rightarrow \Delta DBN \text{ đồng dạng } \Delta DAC \text{ (g.g)}$                         | 0,5  |
|  |   | $\Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DN}{DC} \text{ (cạnh tương ứng tỉ lệ) hay } DB.DC = DN.DA$  | 0,25 |
|  | <b>Câu 3</b><br><b>(1đ)</b>                                 | $CDHE$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EHD} + \widehat{ECD} = 180^\circ$<br>Mà $\widehat{EHD} + \widehat{AHE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{DCE} \Rightarrow \widehat{AHF} = \widehat{BCA}$ | 0,25 |
| Ta có $\widehat{AFB} = \widehat{BCA}$ ( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB)<br>$\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{AHF}$                           |   | 0,25   |      |
| Nên $\Delta AHF$ cân tại A   |   |  |      |
| Gọi $O'$ là trung điểm của HC nên $O'$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE<br>$\Delta AHF$ cân tại A, AE là đường cao nên E là trung điểm HF |   |  |      |

|                          |  |      |
|--------------------------|--|------|
|                          | $\Rightarrow \Delta CHF$ cân tại $C \Rightarrow \widehat{FHC} = \widehat{HFC}$<br>$\Delta O'HE$ cân tại $O'$ nên $\widehat{O'HE} = \widehat{O'EH} \Rightarrow \widehat{O'EH} = \widehat{HFC}$<br>$\Rightarrow \widehat{HFC} = \widehat{BFC} = \widehat{BAC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BC)  | 0,25 |
|                          | Ta có $\widehat{ABE} = \widehat{MEB}$ ( $\Delta MBE$ cân tại M)<br>$\Delta AEB$ vuông tại B nên $\widehat{ABE} + \widehat{BAE} = 90^\circ$<br>$\Rightarrow \widehat{MEB} + \widehat{O'EH} = 90^\circ$<br>$\Rightarrow ME \perp O'E$<br>Mà $O'E$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE<br>Vậy $ME$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CDHE  | 0,25 |
| <b>Câu 4<br/>(0,5 đ)</b> | $CDHE$ là tứ giác nội tiếp nên chứng minh được $\widehat{BHD} = \widehat{ECD}$<br>Xét (O) có $\widehat{BNA} = \widehat{ACB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB)<br>$\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BNA}$<br>$\Rightarrow \Delta BDN$ cân tại B nên $DN = DH$<br>$DH \cdot DA = DN \cdot DA = DB \cdot DC$  | 0,25 |
|                          | Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có<br>$DB + DC \geq 2\sqrt{DB \cdot DC}$<br>$\Rightarrow DB \cdot DC \leq \frac{(DB + DC)^2}{4}$<br>$\Rightarrow DB \cdot DC \leq \frac{3R^2}{4}$<br>$\Rightarrow DH \cdot DA \leq \frac{3R^2}{4}$<br>Dấu bằng xảy ra khi $DB = DC$<br>$\Delta ABC$ cân tại A suy ra A là điểm chính giữa của cung BC.<br>Vậy giá trị lớn nhất của $DH \cdot DA$ là $\frac{3R^2}{4}$ khi A là điểm chính giữa cung BC. | 0,25 |
| <b>Bài V<br/>(0,5 đ)</b> | ĐKXD: $x \geq 2$<br>Đặt $\sqrt{x+6} = a, \sqrt{x-2} = b (a \geq 0, b \geq 0) \Rightarrow a^2 - b^2 = 8$<br>Phương trình có dạng<br>$(a-b)(1+ab) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a-b)(1+ab - a - b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 1+ab - a - b = 0 \end{cases}$   | 0,25 |
|                          | Trường hợp 1. Xét $a = b \Rightarrow \sqrt{x+6} = \sqrt{x-2}$ vô nghiệm<br>Trường hợp 2. Xét $1+ab - a - b = 0 \Leftrightarrow (a-1)(b-1) = 0$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6} = 1 \Leftrightarrow x = -5 \text{ (loại)} \\ \sqrt{x-2} = 1 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (TM)} \end{cases}$<br>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$                      | 0,25 |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

 **TAILIEU.COM**