

**Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay!**

**Câu 1.** (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675}$

**Câu 2.** (2,0 điểm) Tìm ba số  $x, y, z$  thỏa mãn:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$  và  $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$ .

**Câu 3.** (2,0 điểm) Cho các số  $x, y$  thỏa mãn  $(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2018} \leq 0$ .  
Tính giá trị của biểu thức  $M = 11x^2y + 4xy^2$ .

**Câu 4.** (2,0 điểm) Cho các số thực  $a, b, c, d$  thỏa mãn dãy tỉ số bằng nhau:  
$$\frac{2a + b + c + d}{a} = \frac{a + 2b + c + d}{b} = \frac{a + b + 2c + d}{c} = \frac{a + b + c + 2d}{d}$$

Tính giá trị của biểu thức:  $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

**Câu 5.** (2,0 điểm) Cho đa thức bậc hai:  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $x$  là ẩn;  $a, b, c$  là hệ số).

Biết rằng:  $f(0) = 2018, f(1) = 2019, f(-1) = 2017$ . Tính  $f(-2019)$ .

**Câu 6.** (2,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $Q = \frac{27 - 2x}{12 - x}$  (với  $x$  là số nguyên).

**Câu 7.** (2,0 điểm) Tìm các số nguyên dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$  và  $a + 3 = 5^c$

**Câu 8.** (2,0 điểm) Cho góc  $xOy$  bằng  $60^\circ$ . Tia  $Oz$  là phân giác của góc  $xOy$ . Từ điểm  $B$  bất kì trên tia  $Ox$  kẻ  $BH, BK$  lần lượt vuông góc với  $Oy, Oz$  tại  $H$  và  $K$ . Qua  $B$  kẻ đường song song với  $Oy$  cắt  $Oz$  tại  $M$ . Chứng minh rằng  $BH = MK$ .

**Câu 9.** (2,0 điểm) Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Điểm  $M$  nằm bên trong tam giác sao cho  $MA = 2\text{cm}, MB = 3\text{cm}$  và  $\widehat{AMC} = 135^\circ$ . Tính  $MC$ .

**Câu 10.** (2,0 điểm) Từ 200 số tự nhiên 1; 2; 3; ...; 200, ta lấy ra  $k$  số bất kì sao cho trong các số vừa lấy luôn tìm được 2 số mà số này là bội của số kia. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $k$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Phòng thi: .....

**Hướng dẫn chung:**

- Học sinh giải theo cách khác mà đúng, đảm bảo tính logic, khoa học thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Câu hình học, học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai phần nào không chấm điểm phần đó.

Câu	Nội dung	Điểm
1	$A = \frac{10^4 \cdot 81 - 16 \cdot 15^2}{4^4 \cdot 675} = \frac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 3^4 - 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2}$ $= \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 (5^2 \cdot 3^2 - 1)}{2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2} = \frac{225 - 1}{2^4 \cdot 3}$ $= \frac{224}{2^4 \cdot 3} = \frac{2^5 \cdot 7}{2^4 \cdot 3} = \frac{14}{3}$	0,5 0,5 0,5 0,5
2	<p>Từ <math>\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}</math> ta suy ra: <math>\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4</math></p> <p>Suy ra: <math>\begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \\ z^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \\ x = 10 \\ x = -6 \\ y = -8 \\ z = -10 \end{cases}</math> ( Vì x, y, z cùng dấu)</p> <p>KL: Có hai bộ (x; y; z) thỏa mãn là : (6; 8 ;10) và (-6; -8;-10)</p>	0,5 0,5 0,5
3	<p>Vì <math>(x - 2)^4 \geq 0</math>; <math>(2y - 1)^{2018} \geq 0</math> với mọi x, y nên</p> <p><math>(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \geq 0</math> với mọi x, y.</p> <p>Mà theo đề bài : <math>(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} \leq 0</math></p> <p>Suy ra <math>(x - 2)^4 + (2y - 1)^{2014} = 0</math></p> <p>Hay: <math>(x - 2)^4 = 0</math> và <math>(2y - 1)^{2018} = 0</math></p> <p>suy ra <math>x = 2, y = \frac{1}{2}</math></p> <p>Khi đó tính được: M = 24.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5
4	<p>Từ: <math>\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}</math></p> <p>Suy ra : <math>\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1</math></p> <p><math>\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d}</math> (*)</p> <p>Nếu <math>a + b + c + d = 0 \Rightarrow a + b = -(c+d)</math> ; <math>(b + c) = -(a + d)</math></p> <p><math>\Rightarrow M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = -4</math></p> <p>Nếu <math>a + b + c + d \neq 0</math> thì từ (*) <math>\Rightarrow a = b = c = d</math></p> <p><math>\Rightarrow M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c} = 4</math></p>	0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25

	KL: .....	0,25
5	Xét $x=0$ : $f(0) = 2018 \Leftrightarrow c = 2018$	0,25
	Xét $x=1$ : $f(1) = 2019 \Leftrightarrow a+b+c = 2018 \Leftrightarrow a+b=1$ (1)	0,25
	Xét $x=-1$ : $f(-1) = 2017 \Leftrightarrow a-b+c = 2017 \Leftrightarrow a-b=-1$ (2)	0,25
	Cộng vế (1) và (2) suy ra $a=0$	0,25
	Thay $a=0$ vào (1) tìm được: $b=1$	0,25
	Từ đó tìm được $f(x) = x + 2018$	0,25
	Suy ra: $f(-2019) = -1$	0,5
6	Ta có: $Q = \frac{27-2x}{12-x} = 2 + \frac{3}{12-x}$ .	0,25
	Suy ra $Q$ lớn nhất khi $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất	0,25
	* Nếu $x > 12$ thì $12-x < 0 \Rightarrow \frac{3}{12-x} < 0$ .	0,25
	* Nếu $x < 12$ thì $12-x > 0 \Rightarrow \frac{3}{12-x} > 0$ .	0,25
	Từ 2 trường hợp trên suy ra $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất khi $12-x > 0$	0,25
	Vì phân số $\frac{3}{12-x}$ có tử và mẫu là các số nguyên dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu là số nguyên dương nhỏ nhất.	0,25
	Hay $12-x=1 \Leftrightarrow x=11$	0,25
	Suy ra A có giá trị lớn nhất là 5 khi $x=11$	0,25
7	Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 > a + 3 = 5^c$	0,25
	Vậy $5^b > 5^c \Rightarrow b > c \Rightarrow 5^b : 5^c$	0,25
	Hay $(a^3 + 3a^2 + 5) : (a+3)$	
	$\Leftrightarrow a^2(a+3) + 5 : a+3$	0,25
	Mà $a^2(a+3) : a+3 \Rightarrow 5 : a+3$	
	$\Rightarrow a+3 \in U(5)$	0,25
	Hay: $a+3 \in \{\pm 1; \pm 5\}$ (1)	
	Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a+3 \geq 4$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) suy ra $a+3 = 5 \Rightarrow a=2$	0,25	
Từ đó tính được: $5^b = 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 25 = 5^2 \Rightarrow b=2$		
Và $5^c = a+3 = 2+3 = 5 \Rightarrow c=1$	0,25	
	Vậy: $a=2; b=2; c=1$	0,25

<p>8</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Chứng minh tam giác BOM cân tại B vì <math>\widehat{BOM} = \widehat{BMO} = 30^\circ</math></li> <li>- BK là đường cao của tam giác cân BMO nên K là trung điểm của OM <math>\Rightarrow KM=KO</math> (1)</li> <li>- Chứng minh <math>\Delta BKO = \Delta OHB</math> (c.h-g.n)</li> <li>- Suy ra <math>BH=OK</math> (2)</li> <li>- Từ (1) và (2) suy ra <math>BH=MK</math>. đpcm</li> </ul>		<p>0,5 0,5 0,5 0,25 0,25</p>
<p>9</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dựng tam giác ADM vuông cân tại A (D, B khác phía đối với AM)</li> <li>- Chứng minh <math>\Delta ABM = \Delta ACD</math> (c.g.c) vì:  <math>AD=AM</math> (<math>\Delta AMD</math> vuông cân tại A)  <math>\widehat{BAM} = \widehat{CAD}</math> (cùng phụ với <math>\widehat{CAM}</math>)  <math>AB=AC</math> (giả thiết)</li> <li>- Suy ra: <math>CD=BM=3\text{cm}</math></li> <li>- Tính được <math>MD^2=AD^2+AM^2 = 8</math></li> <li>- Chỉ ra tam giác DMC vuông tại M</li> <li>- Suy ra: <math>MC^2 = CD^2-MD^2=9-8=1</math>  <math>\Rightarrow CD=1\text{cm}</math></li> </ul>		<p>0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>10</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Xét 100 số 101; 102; 103; ....; 200. Trong 100 số này rõ ràng không có số nào là bội của số kia (vì <math>101.2 &gt; 200</math>).</li> <li>Do đó <math>k \geq 101</math> (1)</li> <li>- Xét 101 số bất kì lấy ra từ 200 số đã cho: <math>1 \leq a_1 &lt; a_2 &lt; a_3 &lt; \dots &lt; a_{101} \leq 200</math>.</li> <li>Ta viết 101 số vừa lấy ra dưới dạng:  <math display="block">a_1 = 2^{n_1} \cdot b_1</math> <math display="block">a_2 = 2^{n_2} \cdot b_2</math> <math display="block">a_3 = 2^{n_3} \cdot b_3</math> <p style="text-align: center;">.....</p> <math display="block">a_{101} = 2^{n_{101}} \cdot b_{101}</math></li> <li>Với <math>n_i</math> là số tự nhiên, còn <math>b_i</math> là các các số lẻ. (<math>i = \overline{1;101}</math>)</li> <li>Suy ra các <math>b_i</math> là các phần tử của tập gồm 100 số tự nhiên lẻ đầu tiên: <math>\{1; 3; 5; \dots; 199\}</math>.</li> <li>Vì có 101 các số <math>b_i</math> mà chỉ có 100 giá trị nên sẽ tồn tại ít nhất 2 số <math>b_i</math> và <math>b_j</math> nào đó bằng nhau.</li> <li>Suy ra trong hai số <math>a_i = 2^{n_i} \cdot b_i</math> và <math>a_j = 2^{n_j} \cdot b_j</math> sẽ có một số là bội của số còn lại.</li> <li>Như vậy nếu lấy ra 101 số trong 200 số đã cho thì luôn có 2 số mà số này là bội của số kia (2)</li> <li>Từ (1) và (2) suy ra giá trị nhỏ nhất của k là 101.</li> </ul>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25</p>	